
BACHELORARBEIT

BESTIMMUNG DES
LUFTSCHALLEISTUNGSPEGELS MITTELS
VIBRATIONSMESSUNG

durchgeführt am:
Signal Processing and Speech Communication Laboratory
TU Graz, Österreich

von
James Dommissie, 0931669
Eric Kurz, 0930330

Betreuer:
Dipl.-Ing. Dr.techn. Werner Weselak

Graz, 15. April 2013

Zusammenfassung

Die vorliegende Bachelorarbeit beschäftigt sich mit der Beschreibung und Analyse von Verfahren zur Bestimmung der abgestrahlten Luftschalleistung von Körperoberflächen, die auf Vibrationsmessungen beruhen. Zunächst wird eine überblicksartige Zusammenfassung der Norm ISO 3740 "Bestimmung der Schalleistungspegel von Geräuschquellen" gegeben und die Normen zur Luftschalleistungsbestimmung mittels Vibrationsmessung (ISO/TS 7849-1, -2 und -3) werden in diese eingeordnet. Im weiteren Verlauf der Bachelorarbeit werden dann die Normen ISO/TS 7849-1, -2 und -3 genauer erklärt. Während in den Normen ISO/TS 7849-1 und -2 der Messvorgang mit bekanntem Abstrahlfaktor im Vordergrund steht, wird in der Norm ISO/TS 7849-3 (welche als Draft vorliegt) die Direkte-Finite-Elemente-Methode (DFEM) angewendet. Das folgende Kapitel beschäftigt sich dann mit der mathematisch-physikalischen Theorie der DFEM und deren Herleitung. Diese Herleitung basiert primär auf der Diskretisierung des Rayleigh-Integrals. Anschließend wird genauer auf den Abstrahlgrad s und dessen Interpretation am Beispiel des Linienstrahlers eingegangen. Nach diesem eher theoretisch angelegten Teil der Bachelorarbeit werden dann erste Überlegungen zu einem möglichen Versuchsaufbau für Messungen nach den Normen ISO/TS 7849 angestellt. Dabei werden mögliche Anregungsmechanismen besprochen. Weiterhin wird auf die abstrahlende Oberfläche und die mit ihr verbundene Biegewellentheorie eingegangen. Im Zuge dessen wird die Koinzidenzfrequenz f_k mittels der Kirchhoff'schen Plattengleichung hergeleitet. Eine Betrachtung zu den piezoelektrischen Vibrationsaufnehmern rundet das Kapitel ab. Abschließend wird ein Ausblick zur Motivation von Folgearbeiten gegeben.

Abstract

This thesis deals with the description and analysis of methods used to determine the radiated sound power level, by means of measuring the vibration of the emitting surface. In the first chapter, ISO 3740 "Determination of sound power levels of noise sources" is summarized, in order to establish the framework in which ISO/TS 7849-1, -2 and -3, which deal with the determination of airborne sound power levels using vibration measurement, can be seen. The second Chapter then describes ISO/TS 7849-1, -2 and -3 in more detail. While 7849-1 and -2 use a predetermined radiation factor, Norm ISO/TS 7849-3 (Which is currently still a draft) is based on the Direct Finite Element Method (DFEM). In the following Chapter, a mathematical proof of the DFEM is given. This Proof is based primarily on the discretization of the Rayleigh integral. This is followed by a description of the radiation factor s by means of the DFEM, and its application to the problem of a unidimensional alignment of acoustical monopoles. This rather theoretical chapter is followed by practical considerations of conducting a measurement according to ISO/TS 7849-1 and -2. Various sources of excitation are analyzed. The radiating surface, and the relevant wave phenomena are discussed. This leads to the derivation of the frequency f_k at which the wavelength of the surface wave and the air wave coincide. The chapter is concluded by a theoretical analysis of piezoelectrical vibration sensors. Finally an overview of the further developments in this field is discussed.

Inhaltsverzeichnis

1	ISO 3740 - Bestimmung der Schalleistungspegel von Geräuschquellen	1
1.1	Allgemeines	1
1.2	Überblick und Bezeichnung der in ISO 3740 beschriebenen Normen	2
1.3	Auswahl der geeigneten Norm zur Schalleistungspegelbestimmung	3
1.3.1	Messumgebungen und Messinstrumente	3
1.3.2	Übersicht der Labor-Messnormen	4
1.3.3	Übersicht der Vor-Ort-Messnormen	9
1.3.4	ISO 9614-1,2,3 Messungen mittels Schallintensitätssonde	11
1.3.5	Verwendete Pegelbezeichnungen	13
2	ISO/TS 7849 - Vibrationsmessungen	15
2.1	Überblick	15
2.1.1	Vibrationsgeschwindigkeit	15
2.1.2	Messinstrumente	16
2.1.3	Tabellarischer Vergleich von ISO/TS 7849-1,2,3	17
2.2	ISO/TS 7849-1	18
2.2.1	Wahl der Messpunkte	18
2.2.2	Messprozedur	18
2.2.3	Ermittlung des mittleren Vibrationsgeschwindigkeitspegels $\overline{L_{vA}}$	19
2.2.4	Ermittlung des Schalleistungspegels $L_{WA,S}$	19
2.2.5	Messunsicherheit	20
2.3	ISO/TS 7849-2	20
2.3.1	Wahl der Messpunkte	20
2.3.2	Messprozedur	20
2.3.3	Ermittlung des mittleren Vibrationsgeschwindigkeitspegels $\overline{L_{vi}}$	21
2.3.4	Ermittlung des Schalleistungspegels $L_{WS,j}$	21
2.3.5	Messunsicherheit	21
2.3.6	Ermittlung von ε_j	22
2.4	ISO/TS 7849-3 (Draft)	23
2.4.1	Wahl der Messpunkte	23
2.4.2	Messung des Betrags und der Phase der Beschleunigungskomponenten	25
2.4.3	Messunsicherheit	27
3	Mathematische Zusammenhänge	29
3.1	Schalleistungsbestimmung mittels Direkten Finiten Elemente Methode (DFEM)	29
3.1.1	Zusammenhang zwischen der DFEM-Methode und dem Rayleigh-Integral	29
3.1.2	Berechnung von P_i	32
3.1.3	Berechnung von P_{il}	33
3.1.4	Zusammenfassung der DFEM	36
3.2	Abstrahlgrad	37
3.3	Abstrahlgrad eines Linienstrahlers	38
3.3.1	Linienstrahler 0-ter Ordnung	42

1

ISO 3740 - Bestimmung der Schalleistungspegel von Geräuschquellen

1.1 Allgemeines

Der vorliegende Arbeitsentwurf der Norm ISO/WD 3740: Acoustics - Noise emitted by machinery and equipment - Guidelines of the use of basic standards for the determination of sound power levels (kurz: ISO 3740) stellt eine Anleitung zur Auswahl von Messverfahren zur Bestimmung des Schalleistungspegels dar. Sie nimmt dabei Bezug auf einen Satz von internationalen Grundnormen, welcher aus den Normen ISO 3741 bis ISO 3747, ISO 9614-1,2,3 sowie ISO/TS 7849-1 und ISO/TS 7849-2 besteht. Der Entwurf der Norm ISO/TS 7849-3, welcher im Zuge dieser Bachelorarbeit auch analysiert wird (siehe Kapitel 2.4), findet in dieser Version der ISO 3740 noch keine Beachtung. Die oben erwähnten Normen, auf welche sich die ISO 3740 bezieht, bedienen sich grundsätzlich verschiedener Messprinzipien. Die Abbildung 1.1 zeigt die Zuordnung der verschiedenen Normen zu den Messumgebungen Hallraum und reflexionsarmer Raum sowie zu den Messverfahren mittels Intensitätssonde und Vibrationsaufnahme.

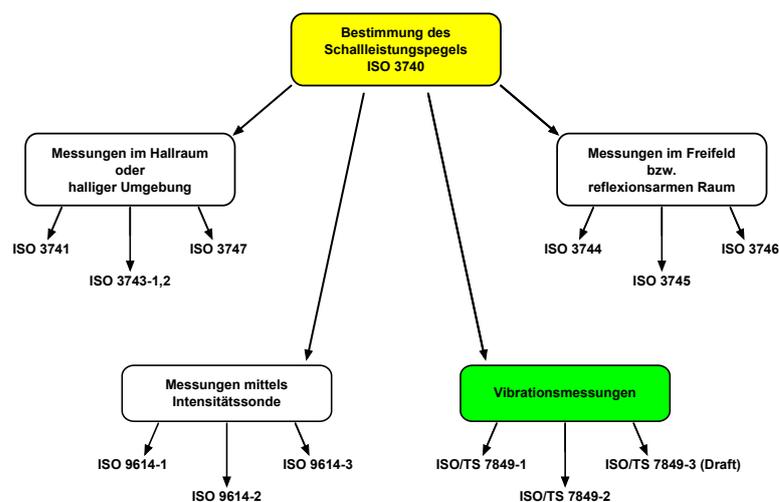


Abbildung 1.1: Gliederung der ISO 3740

1.2 Überblick und Bezeichnung der in ISO 3740 beschriebenen Normen

Norm	Beschreibung
ISO 3741:2010	Acoustics - Determination of sound power levels and sound energy levels of noise sources using sound pressure - Precision methods for reverberation test rooms
ISO 3743-1:1994	Acoustics - Determination of sound power levels of noise sources - Engineering methods for small, movable sources in reverberant fields - Part 1: Comparison method for hard-walled test rooms
ISO 3743-2:1994	Acoustics - Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure - Engineering methods for small, movable sources in reverberant fields - Part 2: Methods for special reverberation test rooms
ISO 3744:2010	Acoustics - Determination of sound power levels and sound energy levels of noise sources using sound pressure - Engineering methods for an essentially free field over a reflecting plane
ISO 3745:2011	Acoustics - Determination of sound power levels of noise sources using sound pressure - Precision methods for anechoic and hemi-anechoic rooms
ISO 3746:2010	Acoustics - Determination of sound power levels and sound energy levels of noise sources using sound pressure - Survey method using an enveloping measurement surface over a reflecting plane
ISO 3747:2010	Acoustics - Determination of sound power levels and sound energy levels of noise sources using sound pressure - Engineering/survey methods for use in situ in a reverberant environment
ISO 9614-1:2009	Acoustics - Determination of sound power levels of noise sources using sound intensity - Part 1: Measurement at discrete points
ISO 9614-2:1996	Acoustics - Determination of sound power levels of noise sources using sound intensity - Part 2: Measurement by scanning
ISO 9614-3:2002	Acoustics - Determination of sound power levels of noise sources using sound intensity - Part 3: Precision method for measurement by scanning
ISO/TS 7849-1:2009	Acoustics - Determination of airborne sound power levels emitted by machinery using vibration measurement - Part 1: Survey method using a fixed radiation factor
ISO/TS 7849-2:2009	Acoustics - Determination of airborne sound power levels emitted by machinery using vibration measurement - Part 2: Engineering method including determination of the adequate radiation factor

Abbildung 1.2: In der ISO 3740 beschriebene ISO-Normen zur Schalleistungspegelbestimmung

1.3 Auswahl der geeigneten Norm zur Schalleistungspegelbestimmung

Um ein geeignetes Verfahren zur Schalleistungspegelbestimmung aus den Normen ISO 3741 bis 3747, ISO 9614-1,2,3 und ISO/TS 7849-1,2 für eine bestimmte Messsituation zu wählen, ist es notwendig verschiedenste Gesichtspunkte der Verfahren zu beachten. Diese Gesichtspunkte sind:

- die geforderte Genauigkeitsklasse (1, 2 oder 3)
- die Größe und Transportierbarkeit der zu messenden Geräte
- die zur Verfügung stehende Prüfumgebung
- der Störgeräuschpegel
- die Art des Schalls, der vom Gerät abgestrahlt wird
- die zur Verfügung stehenden Messinstrumente
- die Art des zu bestimmenden Schalleistungspegels (Summenpegel, Terz- und Oktavbandgenauigkeit)
- weitere akustische Gütemaße (z.B.: Richtcharakteristik, zeitlicher Verlauf)

Die folgenden Kapitel zeigen den Entscheidungsprozess zur Wahl einer Norm auf.

1.3.1 Messumgebungen und Messinstrumente

Vor jeder durchzuführenden Messung sollte sich die Frage gestellt werden ob es möglich ist, dass zu vermessende Gerät in ein Labor zu transportieren und es dort unter betriebsähnlichen Bedingungen zu montieren und zu betreiben. Die Normen zur Bestimmung des Schalleistungspegels lassen sich somit, wie in Abbildung 1.3 zu sehen, in Labor-Messnormen und Vor-Ort-Messnormen unterteilen. Die Messverfahren nach ISO 9614-1,2,3 lassen sich sowohl vor Ort als auch im Labor durchführen. Des weiteren ergibt sich bei den Vor-Ort-Messungen die Frage nach dem Störschallpegel. Ist dieser zu hoch, kann man die Verfahren ISO 3744, ISO 3746 und ISO 3747 nicht mehr einsetzen, da sie mittels der Messung von Schalldrücken arbeiten. Es bleiben somit nur noch ISO 9614-1,2,3 und ISO/TS 7849-1,2 übrig, wobei die Vibrationsmessverfahren natürlich schallabstrahlende Oberflächen der zu vermessenden Objekte voraussetzen. Außerdem benötigt man für die Methoden ISO 3744 und ISO 3746 einen näherungsweise reflexionsarmen Halbraum.

Vor-Ort-Messnormen:	Labor-Messnormen:
ISO 3744	ISO 3741
ISO 3746	ISO 3743-1,2
ISO 3747	ISO 3744
ISO/TS 7849-1,2	ISO 3745

Abbildung 1.3: Messumgebungen

Des weiteren lassen sich, wie in Abbildung 1.4 zu erkennen, die Normen in Diffusfeld- und Freifeldverfahren gliedern. Eine Messung nach einer Norm, die ein diffuses Schallfeld voraussetzt, muss also in einem Hallraum (Labor), einem Sonderhallraum (Labor) oder einem Raum der ein ausreichend diffuses Schallfeld (Vor-Ort) erzeugt, statt finden. Reflexionsarme Räume und Halbräume (Labor), sowie Messumgebungen die einem Freifeld ähneln (Vor-Ort) eignen sich für die

Freifeldverfahren. Die Messnormen ISO 9614-1,2,3 und ISO/TS 7849-1,2 lassen sich unabhängig von der Art des Schallfeldes durchführen.

Diffusfeldverfahren:	Freifeldverfahren:
ISO 3741	ISO 3744
ISO 3743-1,2	ISO 3745
ISO 3747	ISO 3746

Abbildung 1.4: Diffus- und Freifeldverfahren

Unterteilt man die in der ISO 3740 beschriebenen Messverfahren nach den eingesetzten Messinstrumenten, sind die Verfahren ISO 9614-1,2,3 der Messung mittels Schallintensitätssonde zuzuordnen. Alle anderen Messnormen, ausgenommen ISO/TS 7849-1,2, verwenden Druckmikrofone. Die erforderlichen Messinstrumente für die Schalleistungsbestimmung mittels Vibrationsmessung werden im Kapitel 2.1.2 beschrieben.

Da sich die Messverfahren nach ISO 9614-1,2,3 nicht wirklich kategorisieren lassen, werden sie im Kapitel 1.3.4 genauer behandelt.

1.3.2 Übersicht der Labor-Messnormen

- ISO 3741: Messung im Hallraum - Genauigkeitsklasse 1
 - Messumgebung:
 - Hallraum spezieller Form, $V_{Raum} < 300 \text{ m}^3$

$V_{Raum} \geq$	f_{uTB}
70 m^3	200 Hz
100 m^3	160 Hz
150 m^3	125 Hz
200 m^3	100 Hz

Abbildung 1.5: minimale Raumvolumina V_{Raum} für unterste Terzbandmittenfrequenzen f_{uTB}

- Größe der Schallquelle:
 - $V_{Schallquelle} < 2 \% V_{Raum}$
- Art des abgestrahlten Schalls:
 - Es können alle nach ISO 12001 definierten Schallarten, außer impulsartige Schallergebnisse, gemessen werden.
- Messgrößen:
 - $L_{p,T}$ oder L_E in Terzbändern an fixen Messpositionen oder entlang von Messpfaden
- Bestimmungsgrößen:
 - L_W bzw. L_{WA} in Terzbändern

- nicht bestimmbare Größen:
 - Abstrahlcharakteristik der Quelle
 - zeitlicher Verlauf der abgegebenen Schallleistung
- Störschallpegelabstand:
 - min. 6 dB für die Terzbandmittenfrequenz $f_{TB} < 200$ Hz und $f_{TB} > 6300$ Hz
 - min. 10 dB für die Terzbandmittenfrequenz 250 Hz $< f_{TB} < 5000$ Hz
- Messunsicherheit:
 - $\sigma_{R0} \leq 0,5$ dB für L_{WA}
 - in Terzbändern:

$\sigma_{R0} \leq$	Terzbandmittenfrequenzen
3,0 dB	100 Hz $< f_{TB} < 160$ Hz
2,0 dB	200 Hz $< f_{TB} < 315$ Hz
1,5 dB	400 Hz $< f_{TB} < 5000$ Hz
3,0 dB	6300 Hz $< f_{TB} < 10000$ Hz

Abbildung 1.6: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Terzbandmittenfrequenzen f_{TB}

- ISO 3743-1: Messung im Raum mit schallharten Wänden - Genauigkeitsklasse 2
 - Messumgebung:
 - Raum mit schallharten Begrenzungsflächen ($\alpha \leq 0,2$), $V_{Raum} > 40$ m³
 - Größe der Schallquelle:
 - Die größte Ausdehnung der Schallquelle darf 1,0 m für ein Raumvolumen von $V_{Raum} < 100$ m³ und 2,0 m für ein größeres V_{Raum} nicht überschreiten.
 - Art des abgestrahlten Schalls:
 - Es können alle nach ISO 12001 definierten Schallarten, außer impulsartige Schallergebnisse, gemessen werden.
 - Messgrößen:
 - $L_{p,T}$ oder L_E in Oktavbändern an fixen Messpositionen oder entlang von Messpfaden
 - Bestimmungsgrößen:
 - L_W bzw. L_{WA} in Oktavbändern
 - nicht bestimmbare Größen:
 - Abstrahlcharakteristik der Quelle
 - zeitlicher Verlauf der abgegebenen Schallleistung
 - Störschallpegelabstand:
 - mindestens 6 dB und vorzugsweise 15 dB für alle Oktavbänder

- Messunsicherheit:
 - $\sigma_{R0} \leq 1,5$ dB für L_{WA}
 - in Oktavbändern:

$\sigma_{R0} \leq$	f_{OB}
3,0 dB	125 Hz
2,0 dB	250 Hz
1,5 dB	$500 \text{ Hz} < f_{OB} < 4000 \text{ Hz}$
2,5 dB	8000 Hz

Abbildung 1.7: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Oktavbandmittenfrequenzen f_{OB}

- ISO 3743-2: Messung im Sonderhallraum - Genauigkeitsklasse 2
 - Messumgebung:
 - Sonderhallraum mit genau definierten Nachhallzeiten, $300 \text{ m}^3 > V_{Raum} > 40 \text{ m}^3$
 - Größe der Schallquelle:
 - $V_{Schallquelle} < 1 \% V_{Raum}$
 - Art des abgestrahlten Schalls:
 - Es können alle nach ISO 12001 definierten Schallarten, außer impulsartige Schallergebnisse, gemessen werden.
 - Messgrößen:
 - direkte Methode: Gesamtschalldruckpegel L_{pA} an fixen Messpositionen oder entlang von Messpfaden
 - indirekte Methode: L_p in Oktavbändern an fixen Messpositionen oder entlang von Messpfaden
 - Bestimmungsgrößen:
 - direkte Methode: Summenschalleistungspegel L_{WA}
 - indirekte Methode: L_W bzw. L_{WA} in Oktavbändern
 - nicht bestimmbare Größen:
 - Abstrahlcharakteristik der Quelle
 - zeitlicher Verlauf der abgegebenen Schalleistung
 - Störschallpegelabstand:
 - mindestens 4 dB und vorzugsweise 10 dB für alle Oktavbänder oder A-gewichtet

- Messunsicherheit:
 - $\sigma_{R0} \leq 2,0$ dB für L_{WA}
 - in Oktavbändern:

$\sigma_{R0} \leq$	f_{OB}
5,0 dB	125 Hz
3,0 dB	250 Hz
2,0 dB	500 Hz < f_{OB} < 4000 Hz
3,0 dB	8000 Hz

Abbildung 1.8: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Oktavbandmittenfrequenzen f_{OB}

- ISO 3744: Messung im reflexionsarmen Raum über reflektierender Ebene - Genauigkeitsklasse 2
 - Messumgebung:

Die Messumgebung sollte einem Freifeld ähneln, das sich in der Nähe von einer oder mehreren reflektierenden Flächen befindet. Der Absorptionsgrad der reflektierenden Flächen sollte kleiner als 0,06 sein. Es kann sowohl drinnen als auch draußen gemessen werden. Die Messumgebung kann auch ein reflexionsarmer Halbraum sein, der bestimmte Anforderungen gemäß ISO 3744 erfüllen muss. Der Umgebungskorrekturfaktor K_2 , der Reflexionen und Streuungen an Objekten und Flächen beschreibt, sollte nicht größer als 4 dB sein.
 - Größe der Schallquelle:
 - wird nur durch die Größe der Messumgebung limitiert
 - Art des abgestrahlten Schalls:

Es können alle nach ISO 12001 definierten Schallarten gemessen werden.
 - Messgrößen:
 - $L_{p,T}$ oder L_E A-bewertet und/oder in Terz- oder Oktavbändern an fixen Messpositionen oder entlang von Messpfaden
 - Bestimmungsgrößen:
 - Gesamtschalleistungspegel L_W , A-bewertet und/oder in Terz- oder Oktavbändern
 - Maximum des Bündelungsmaßes, Ungleichmäßigkeitsmaß von L_W
 - Störschallpegelabstand:
 - min. 6 dB für jedes Frequenzband

- Messunsicherheit:
 - $\sigma_{R0} \leq 1,5$ dB für L_{WA} (bei relativ flachem Spektrum)

$\sigma_{R0} \leq$	f_{TB}
3,0 dB	100 Hz < f_{TB} < 160 Hz
2,0 dB	200 Hz < f_{TB} < 315 Hz
1,5 dB	400 Hz < f_{TB} < 5000 Hz
2,5 dB	6300 Hz < f_{TB} < 10000 Hz

Abbildung 1.9: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Terzbandmittenfrequenzen f_{TB}
- Genauigkeitsklasse 2

- ISO 3745: Messung im reflexionsarmen Raum bzw. Halbraum - Genauigkeitsklasse 1
 - Messumgebung:
 - reflexionsarmer Raum bzw.
 - reflexionsarmer Halbraum mit einem $\alpha \leq 0,06$ der reflektierenden Ebene
 - Größe der Schallquelle:

Die größte Ausdehnung der Schallquelle darf nicht größer als der halbe Messradius sein.
 - Art des abgestrahlten Schalls:

Es können alle nach ISO 12001 definierten Schallarten gemessen werden.
 - Messgrößen:

L_p in Terzbändern an fixen Messpositionen oder entlang von Messpfaden
 - Bestimmungsgrößen:
 - Gesamtschalleistungspegel L_W , A-bewertet und/oder in Frequenzbändern
 - Richtcharakteristik der Schallquelle
 - Störschallpegelabstand:
 - min. 6 dB für die Terzbandmittenfrequenz $f_{TB} < 200$ Hz und $f_{TB} > 6300$ Hz
 - min. 10 dB für die Terzbandmittenfrequenz 250 Hz < f_{TB} < 5000 Hz
 - Messunsicherheit:
 - $\sigma_{R0} \leq 0,5$ dB für L_{WA} im reflexionsarmen Raum und Halbraum
 - in Terzbändern im reflexionsarmen Raum:

$\sigma_{R0} \leq$	Terzbandmittenfrequenzen
2,0 dB	50 Hz < f_{TB} < 80 Hz
1,0 dB	100 Hz < f_{TB} < 630 Hz
0,5 dB	800 Hz < f_{TB} < 5000 Hz
1,0 dB	6300 Hz < f_{TB} < 10000 Hz
2,0 dB	12500 Hz < f_{TB} < 20000 Hz

Abbildung 1.10: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Terzbandmittenfrequenzen f_{TB} im reflexionsarmen Raum

- in Terzbändern im reflexionsarmen Halbraum:

$\sigma_{R0} \leq$	Terzbandmittenfrequenzen
2,0 dB	50 Hz < f_{TB} < 80 Hz
1,5 dB	100 Hz < f_{TB} < 630 Hz
1,0 dB	800 Hz < f_{TB} < 5000 Hz
1,0 dB	6300 Hz < f_{TB} < 10000 Hz
2,0 dB	12500 Hz < f_{TB} < 20000 Hz

Abbildung 1.11: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Terzbandmittenfrequenzen f_{TB} im reflexionsarmen Halbraum

1.3.3 Übersicht der Vor-Ort-Messnormen

- ISO 3744: Beschreibung siehe Kapitel 1.3.2.
- ISO 3746: Messung über einer reflektierenden Ebene - Genauigkeitsklasse 3
 - Messumgebung:

Die Messumgebung sollte mindestens eine reflektierende Flächen besitzen, auf der sich die zu messende Geräuschquelle befindet. Bei Eckaufstellung der Geräuschquelle sind bis zu 3 reflektierende Flächen (der Raumecke) möglich. Es kann sowohl drinnen als auch draußen gemessen werden. Die Eignung der Umgebung muss anhand der Test-Verfahren der ISO 3746 festgestellt werden. Der Umgebungskorrekturfaktor K_2 sollte kleiner als 7 dB sein.
 - Größe der Schallquelle:

Die Schallquellengröße wird nur von der Testumgebung limitiert.
 - Art des abgestrahlten Schalls:

Es können alle nach ISO 12001 definierten Schallarten gemessen werden.
 - Messgrößen:

$L_{p,T}$ oder L_E A-gewichtet an fixen Messpositionen oder entlang von Messpfaden

- Bestimmungsgrößen:
 - Summenschalleistungspegel L_{WA}
- Störschallpegelabstand:
 - min. 6 dB für A-gewichtete Größen
- Messunsicherheit:
 - abgestrahlter Schall besitzt diskrete Tonhöhen: $\sigma_{R0} \leq 4$ dB
 - sonst: $\sigma_{R0} \leq 3$ dB
- ISO 3747: Messung in halliger Umgebung - Genauigkeitsklasse 2 und 3
 - Messumgebung:

Die Messumgebung sollte sich in einem Raum befinden der ein ausreichend diffuses Schallfeld erzeugt. Diese hallige Umgebung wird in der ISO 3747 genauer spezifiziert.
 - Größe der Schallquelle:

Es gibt keine Einschränkungen bei der Größe der Schallquelle.
 - Art des abgestrahlten Schalls:
 - sollte vorrangig Breitbandrauschen sein
 - aber auch Schmalbandrauschen und diskrete Töne möglich
 - Messgrößen:

$L_{p,T}$ oder L_E in Oktavbändern an fixen Messpositionen
 - Bestimmungsgrößen:
 - L_W in Oktavbändern
 - Summenschalleistungspegel L_{WA}
 - Störschallpegelabstand:
 - 6 dB für jedes Frequenzband
 - Messunsicherheit:
 - Genauigkeitsklasse 2: $\sigma_{R0} \leq 1,5$ dB für L_{WA} bei einer ausreichend halligen Umgebung
 - Genauigkeitsklasse 3: $\sigma_{R0} \leq 4,0$ dB bei nicht ausreichend diffusem Schallfeld und Richtwirkung der Quelle
- ISO/TS 7849-1,2: Messung mittels Vibrationsaufnahme

Da die Normen zur Schalleistungsbestimmung durch Vibrationsmessung Gegenstand dieser Bachelorarbeit sind, werden diese nicht nur überblicksartig behandelt. Genaue Erläuterungen folgen im Kapitel 2.

1.3.4 ISO 9614-1,2,3 Messungen mittels Schallintensitätssonde

Die Norm zur Messung mittels Schallintensitätssonde gliedert sich in drei Teile, wobei bei ISO 9614-1 eine Messung an diskreten Punkten und bei ISO 9614-2,3 eine Messung mittels kontinuierlicher Abtastung durchgeführt wird.

- Für alle 3 Teile der ISO 9614 gilt:
 - Messumgebung:
 - Die Messumgebung muss die Anforderungen erfüllen, welche durch die Qualität der Messinstrumente gegeben sind.
 - Größe der Schallquelle:
 - Es gibt keine Einschränkung der Größe der Schallquelle.
 - Art des abgestrahlten Schalls:
 - Schall der Quelle sowie der Störschall müssen während des Messvorgangs stationär sein.
 - Messbereich:
 - 63 Hz bis 4000 Hz in Oktavbändern
 - 50 Hz bis 6300 Hz in Terzbändern
 - Messgrößen:
 - L_I und L_p auf der Messoberfläche
- ISO 9614-1
 - Bestimmungsgrößen:
 - L_W oder L_{WA} in Oktav- oder Terzbändern
 - Messunsicherheit:
 - Genauigkeitsklasse 1:

$\sigma_{R0} \leq$	f_{OB}
2,0 dB	63 Hz, 125 Hz
1,5 dB	250 Hz, 500 Hz
1,0 dB	1000 Hz < f_{OB} < 4000 Hz

Abbildung 1.12: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Oktavbandmittenfrequenzen f_{OB} - Genauigkeitsklasse 1

$\sigma_{R0} \leq$	f_{TB}
2,0 dB	50 Hz < f_{TB} < 160 Hz
1,5 dB	200 Hz < f_{TB} < 630 Hz
1,0 dB	800 Hz < f_{TB} < 5000 Hz
2,0 dB	6300 Hz

Abbildung 1.13: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Terzbandmittenfrequenzen f_{TB} - Genauigkeitsklasse 1

- Genauigkeitsklasse 2:

$\sigma_{R0} \leq$	f_{OB}
3,0 dB	63 Hz, 125 Hz
2,0 dB	250 Hz, 500 Hz
1,5 dB	$1000 \text{ Hz} < f_{OB} < 4000 \text{ Hz}$

Abbildung 1.14: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Oktavbandmittenfrequenzen f_{OB} - Genauigkeitsklasse 2

$\sigma_{R0} \leq$	f_{TB}
3,0 dB	$50 \text{ Hz} < f_{TB} < 160 \text{ Hz}$
2,0 dB	$200 \text{ Hz} < f_{TB} < 630 \text{ Hz}$
1,5 dB	$800 \text{ Hz} < f_{TB} < 5000 \text{ Hz}$
2,5 dB	6300 Hz

Abbildung 1.15: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Terzbandmittenfrequenzen f_{TB} - Genauigkeitsklasse 2

- Genauigkeitsklasse 3: $\sigma_{R0} \leq 4,0 \text{ dB}$ für L_{WA}

- ISO 9614-2

- Bestimmungsgrößen:
 - L_W oder L_{WA} in Oktav- oder Terzbändern
- Messunsicherheit:
 - Genauigkeitsklasse 2: $\sigma_{R0} \leq 1,5 \text{ dB}$ für L_{WA}

$\sigma_{R0} \leq$	f_{OB}
3,0 dB	63 Hz, 125 Hz
2,0 dB	250 Hz, 500 Hz
1,5 dB	$250 \text{ Hz} < f_{OB} < 4000 \text{ Hz}$

Abbildung 1.16: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Oktavbandmittenfrequenzen f_{OB} - Genauigkeitsklasse 2

$\sigma_{R0} \leq$	f_{TB}
3,0 dB	$50 \text{ Hz} < f_{TB} < 160 \text{ Hz}$
2,0 dB	$200 \text{ Hz} < f_{TB} < 315 \text{ Hz}$
1,5 dB	$400 \text{ Hz} < f_{TB} < 5000 \text{ Hz}$
2,5 dB	6300 Hz

Abbildung 1.17: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Terzbandmittenfrequenzen f_{TB} - Genauigkeitsklasse 2

- Genauigkeitsklasse 3: $\sigma_{R0} \leq 4,0 \text{ dB}$ für L_{WA}

- ISO 9614-3
 - Bestimmungsgrößen:
 - L_W oder L_{WA} in Terzbändern
 - Messunsicherheit:
 - Genauigkeitsklasse 1: $\sigma_{R0} \leq 1,0$ dB für L_{WA}

$\sigma_{R0} \leq$	f_{TB}
2,0 dB	50 Hz < f_{TB} < 160 Hz
1,5 dB	200 Hz < f_{TB} < 315 Hz
1,0 dB	400 Hz < f_{TB} < 5000 Hz
2,0 dB	6300 Hz

Abbildung 1.18: Vergleichsstandardabweichungen des Messverfahrens σ_{R0} für Terzbandmittenfrequenzen f_{TB}
- Genauigkeitsklasse 1

1.3.5 Verwendete Pegelbezeichnungen

Es wird eine kurze Erklärung zu den, in den Kapiteln 1.3.2, 1.3.3 und 1.3.4 verwendeten, Pegelbezeichnungen gegeben.

- Schalldruckpegel L_p :

$$L_p = 10 \lg \frac{p^2}{p_0^2} \text{ dB} \quad \text{mit} \quad p_0 = 20 \text{ } \mu\text{Pa} \quad (1.1)$$

- Zeitlich gemittelter Schalldruckpegel $L_{p,T}$:

$$L_{p,T} = 10 \lg \frac{\frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) dt}{p_0^2} \text{ dB} \quad \text{mit} \quad p_0 = 20 \text{ } \mu\text{Pa} \text{ und Zeitintervall } T \quad (1.2)$$

- Zeitlich integrierter Einzelereignis-Schalldruckpegel L_E :

$$L_E = 10 \lg \frac{\frac{1}{T_0} \int_0^T p^2(t) dt}{p_0^2} \text{ dB} = L_{p,T} + 10 \lg \frac{T}{T_0} \text{ dB} \quad (1.3)$$

mit $p_0 = 20 \text{ } \mu\text{Pa}$, $T_0 = 1 \text{ s}$ und Zeitintervall T

- Schallintensitätspegel L_I :

$$L_I = 10 \lg \frac{|\vec{I}|}{I_0} \text{ dB} \quad \text{mit} \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \quad (1.4)$$

- Schalleistungspegel L_W :

$$L_W = 10 \lg \frac{P}{P_0} \text{ dB} \quad \text{mit} \quad P_0 = 10^{-12} \text{ W} \quad (1.5)$$

- A-bewerteter Schalleistungpegel L_{WA}

2

ISO/TS 7849 - Vibrationsmessungen

2.1 Überblick

Die drei Teile der ISO/TS 7849 beschreiben Verfahren zur Messung von Schallemissionen, die durch die Vibration von festen Außenflächen eines schallabstrahlenden Gerätes verursacht werden. Sie gelten nicht für Schall, der aerodynamisch erzeugt wird. Eine Messung anhand dieser Normen ist besonders bedeutsam in Situationen, in denen Hintergrundgeräusche eine direkte Messung der Schalleistung unmöglich machen. Des weiteren sind diese Verfahren sinnvoll, wenn ein Verhältnis zwischen der gesamten abgestrahlten Schalleistung und der durch strukturelle Vibrationen verursachten Schalleistung ermittelt werden soll. Außerdem können einzelne Oberflächenteile eines Gerätes unabhängig von anderen vermessen und so ihr Anteil zur gesamten emittierten Schalleistung ermittelt werden.

Für das weitere Verständnis der Normen ISO/TS 7849-1,2,3 ist es notwendig, die grundlegenden Gemeinsamkeiten und Unterschiede dieser Messverfahren zu erläutern.

2.1.1 Vibrationsgeschwindigkeit

Im allgemeinen beruhen alle 3 Teile der ISO/TS 7849 auf der Bestimmung des Effektivwertes der Vibrationsgeschwindigkeit ν einer schwingenden Oberfläche. ν ist dabei die Komponente der Vibration, deren Orientierung normal zu der Oberfläche ausgerichtet ist. Die Vibrationsgeschwindigkeit ν ergibt sich aus der Integration der durch die Beschleunigungsaufnehmer (siehe Kapitel 2.1.2) gemessenen Vibrationsbeschleunigung a nach der Zeit t . Wird eine Messung mittels Laser-Doppler-Vibrometer durchgeführt, erhält man ν aus der Ableitung der Vibrationsauslenkung s nach der Zeit t .

2.1.2 Messinstrumente

Generell lässt sich das Instrumentarium zur Aufnahme von mechanischen Schwingungen in kontaktierende und nicht-kontaktierende Messsensoren gliedern.

Kontaktierende Messsensoren:

Für Messungen, die ein breites Frequenzspektrum abdecken sollen, werden laut den Normen ISO/TS 7849-1,2,3 piezoelektrische Beschleunigungsaufnehmer bevorzugt. Die maximal zu messende Frequenz sollte im allgemeinen ca. ein Drittel der Resonanzfrequenz des Sensors betragen, um den dadurch entstehenden Fehler unter 1 dB zu halten. Kleine, leichte Sensoren haben im allgemeinen eine höhere Resonanzfrequenz, weisen jedoch im Vergleich zu größeren Sensoren eine eher niedrigere Sensitivität auf. Große, schwere Sensoren haben eine niedrigere Resonanzfrequenz, welche die höchste messbare Frequenz reduziert und die Fläche in einem größeren Maß belastet. Um die Einflüsse der Schwingungssensoren auf die zu messende Oberfläche gering zu halten, sollten diese also möglichst wenig Masse besitzen. Zur Befestigung der Sensoren bieten sich die folgenden Alternativen an (genauere Beschreibung siehe Kapitel 4.4.3):

- Verschrauben
- Verkleben
- Klebewachs
- magnetisch Befestigen

Nicht-kontaktierende Messsensoren:

Unter die nicht-kontaktierenden Messsensoren fallen kapazitive, induktive und Wirbelstrom-Wandler sowie holographische, Lasertriangulations- und Laser-Doppler-Sensoren. Hierbei wird in allen 3 Teilen der ISO/TS 7849 die Messung der Vibrationsauslenkung s mittels Laser-Doppler-Vibrometer bevorzugt, da sie entscheidende Vorteile besitzt. Die Vibration kann mit diesem Verfahren mit einer hohen örtlichen (einige Nanometer) und zeitlichen Auflösung aufgenommen werden. Zudem wird die zu untersuchende Oberfläche nicht mechanisch belastet.

2.1.3 Tabellarischer Vergleich von ISO/TS 7849-1,2,3

Der hier angeführte tabellarische Vergleich (siehe Abbildung 2.1) der 3 Normen zur Vibrationsmessung wird anhand sinnvoll erscheinender Kriterien durchgeführt. Den größten Unterschied der 3 Teile von ISO/TS 7849 stellt die Bestimmung des Abstrahlfaktors ε und der damit verbundene Messaufwand dar. Unter ISO/TS 7849-1 ist nur die Ermittlung eines Summenpegels möglich. ISO/TS 7849-2,3 sind hingegen für eine Messung in Oktav- und Terzbändern ausgelegt.

Kriterien:	ISO/TS 7849-1	ISO/TS 7849-2	ISO/TS 7849-3
Genauigkeitsklasse:	3	2	2
Abstrahlfaktor:	fix: $\varepsilon_A = 1$	ε_j -Daten werden benötigt	mittels DFEM berücksichtigt
Messaufwand:	gering	hoch	sehr hoch
Messoberfläche S (in m^2):	Anzahl der Messpunkte (mit $S_0 = 1 m^2$):		
$S < 1$	5	10	30
$1 \leq S \leq 10$	10	20	60
$S > 10$	$\frac{S}{S_0}$	$2 \frac{S}{S_0}$	$6 \frac{S}{S_0}$
Messergebnis:	Summenpegel $L_{PA,max}$	Ermittlung von L_{P_j} mit Hilfe bekannter ε_j -Daten	Ermittlung von L_{P_j}
σ_{R_0} der A-bewerteten Summenpegel:	3,0 dB ¹	1,5 dB ²	1,0 dB ³

Abbildung 2.1: Vergleich der 3 Teile von ISO/TS 7849 anhand ausgewählter Kriterien (σ_{R_0} ... Vergleichsstandardabweichung des Messverfahrens)

¹ Weitere Erläuterung zu diesem Wert sind Kapitel 2.2.5 zu entnehmen.

² Weitere Erläuterung zu diesem Wert sind Kapitel 2.3.5 zu entnehmen.

³ Weitere Erläuterung zu diesem Wert sind Kapitel 2.4.3 zu entnehmen.

2.2 ISO/TS 7849-1

Der erste Teil der Norm beschreibt ein Verfahren der Güteklasse 3. Hierbei wird ein A-bewerteter Abstrahlungsfaktor $\varepsilon_A = 1$ fixiert. Somit kann durch dieses Messverfahren eine obere Grenze des durch ein Gerät abgestrahlten Schalleistungspegel $L_{P_{A,max}}$ bestimmt werden. Dieser so ermittelte $L_{P_{A,max}}$ kann bis zu +10 dB über dem Schalleistungspegel, der durch die Referenzmessung nach ISO 9614-1 ermittelt wurde, liegen.

Die abgestrahlte Schalleistung errechnet sich aus der Vibrationsgeschwindigkeit ν_A wie folgt:

$$P_{A,S} = \rho c \overline{\nu_A^2} S \varepsilon_A \quad (2.1)$$

2.2.1 Wahl der Messpunkte

Wie in der Abbildung 2.1 bereits zu sehen ist, wird für die Messung nach ISO/TS 7849-1 eine bestimmte Anzahl von Messpunkten auf der Messoberfläche benötigt. Diese Messpunkte können jedoch, je nach Beschaffenheit der Messoberfläche, unterschiedlich auf dieser verteilt sein. Handelt es sich bei der zu vermessenden Oberfläche um eine gleichmäßig wiederholte oder sogar symmetrische Struktur, die zudem gleichmäßig angeregt wird (z.B. eine Kreisscheibe die in ihrem Mittelpunkt angeregt wird) brauchen die Messpunkte nur auf einer geeigneten Teilfläche der Messoberfläche verteilt werden. Gleichmäßig vibrierende Oberflächen sind in N gleiche Teilflächen zu gliedern. Auf jeder Teilfläche sollte sich mittig ein Beschleunigungsaufnehmer befinden. Bei ungleichmäßig schwingenden Oberflächen sollte sich die Messpunktdichte in stärker vibrierenden Teilbereichen erhöhen. In diesem Fall repräsentiert jeder Messpunkt i eine eigene Teilfläche S_i (siehe Kapitel 2.2.3).

2.2.2 Messprozedur

Nachdem die Wahl der Messpunkte erfolgt ist, wird an jeder Messposition der A-bewertete Gesamtvibrationsgeschwindigkeitspegel $L'_{\nu_{Ai}}$ ermittelt. Das Zeitintervall für die Messung von $L'_{\nu_{Ai}}$ sollte in Abhängigkeit der Art des abgestrahlten Geräusches festgelegt werden. Für stationäre Geräusche ist eine Messdauer von mindestens 10 Sekunden zu wählen. Weist die Schallquelle jedoch ein zeitabhängiges Verhalten auf, ist die Messdauer entsprechend zu verlängern.

Ist an einer bestimmten Messposition festzustellen, dass ein Störpegelabstand des Vibrationsgeschwindigkeitspegels von 10dB nicht eingehalten werden kann, ist folgende Korrektur K_{1Ai} anhand der Abbildung 2.2 für diese Messposition vorzunehmen. K_{1Ai} ist von $L'_{\nu_{Ai}}$ abzuziehen.

Störpegelabstand des Vibrationsgeschwindigkeitspegels in dB	Korrekturfaktor K_{1Ai} bzw. $K_{1i,j}$ in dB
3	3
4	2
5	2
6	1
7	1
8	1
9	1
10	0

Abbildung 2.2: Korrekturfaktor K_{1Ai} für ISO/TS 7849-1-Messungen bzw. $K_{1i,j}$ für ISO/TS 7849-2-Messungen

2.2.3 Ermittlung des mittleren Vibrationsgeschwindigkeitspegels $\overline{L_{\nu A}}$

Zunächst wird der gemessene Vibrationsgeschwindigkeitspegel einer Teilfläche $L'_{\nu Ai}$, wenn erforderlich, jeweils mit K_{1Ai} (siehe Abbildung 2.2) und $K_{M,Ai}$ beaufschlagt. $K_{M,Ai}$ ist ein Korrekturfaktor, der, wenn verwendet, die Masse des Vibrationsaufnehmers berücksichtigt. Man erhält den korrigierten Vibrationsgeschwindigkeitspegel der Teilfläche $L_{\nu Ai}$.

$$L_{\nu Ai} = L'_{\nu Ai} - K_{1Ai} + K_{M,Ai} \quad (2.2)$$

Um den mittleren Vibrationsgeschwindigkeitspegel $\overline{L_{\nu A}}$ zu erhalten, müssen nun die einzelnen Vibrationsgeschwindigkeitspegel der Teilflächen $L_{\nu Ai}$ aufsummiert werden. Diese Summation wird in Abhängigkeit der Messpunktverteilung durchgeführt.

- gleichmäßig verteilte Messpunkte (N gleich große Teilflächen):

$$\overline{L_{\nu A}} = 10 \lg \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 10^{0,1L_{\nu Ai}} \right) \text{ dB} \quad (2.3)$$

- ungleichmäßig verteilte Messpunkte (N verschieden große Teilflächen S_i):

$$\overline{L_{\nu A}} = 10 \lg \left(\frac{1}{S} \sum_{i=1}^N S_i 10^{0,1L_{\nu Ai}} \right) \text{ dB} \quad \text{mit} \quad S = \sum_{i=1}^N S_i \quad (2.4)$$

2.2.4 Ermittlung des Schalleistungspegels $L_{WA,S}$

Nun kann der Luftschalleistungspegel $L_{WA,S}$ aus $\overline{L_{\nu A}}$ berechnet werden. Die Berechnung kann direkt im logarithmischen Bereich vorgenommen werden.

$$L_{WA,S} = \overline{L_{\nu A}} + 10 \lg \frac{S}{S_0} \text{ dB} + 10 \lg \frac{Z_{Norm}}{Z_0} \text{ dB} \quad (2.5)$$

$$\text{mit} \quad S_0 = 1 \text{ m}^2 \quad \text{und} \quad Z_0(\vartheta = 38,6^\circ\text{C}) = \frac{p_0}{\nu_0} = 400 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3}$$

$Z_{Norm} = 411 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3}$ ist hierbei die Schallkennimpedanz, die sich unter standardisierten atmosphärischen Bedingungen (Temperatur $\vartheta = 23,0^\circ\text{C}$, Luftdruck $p_0 = 1013,25 \text{ hPa}$) ergibt.

2.2.5 Messunsicherheit

Des Weiteren wird in der ISO/TS 7849-1 für die Vergleichsstandardabweichung des Messverfahrens σ_{R_0} lediglich ein Standardwert des A-bewerteten Summenpegels für Messverfahren der Genauigkeitsklasse 3 angegeben (siehe Abbildung 2.3). Es wird darauf verwiesen, dass zukünftig eventuell Veränderungen an dem Messverfahren getätigt werden müssen um diesen Wert zu erreichen.

Summenpegel	σ_{R_0} in dB
A-bewertet	3,0

Abbildung 2.3: Vergleichsstandardabweichung des Messverfahrens σ_{R_0} für ISO/TS 7849-1-Messungen

2.3 ISO/TS 7849-2

Der zweite Teil der Norm beschreibt ein Verfahren der Güteklasse 2. Hierbei wird pro Frequenzband j ein Abstrahlfaktor ε_j vorausgesetzt. Ist der Abstrahlfaktor nicht aus einer maschinenspezifischen Norm zu entnehmen, so ist dieser mittels Schallintensitätssondenmessung nach ISO 9614 an mehreren Maschinen zu bestimmen (siehe Kapitel 2.3.6).

Sind die Abstrahlfaktoren für die zu messenden Frequenzbänder bekannt, so kann die Schallabstrahlung einer Maschine durch

$$P_{S,j} = \rho c \overline{v_j^2} S \varepsilon_j \quad (2.6)$$

anhand der gemessenen Vibrationsgeschwindigkeiten $\overline{v_j}$ bestimmt werden.

Folgende Faktoren beeinflussen die räumliche Variation der Vibrationsgeschwindigkeit:

- Anzahl der simultan angeregten Moden innerhalb des betrachteten Frequenzbandes
- Homogenität der zu messenden Struktur
- räumliche Verteilung der anregenden Kräfte

Da es mit dieser Messmethode möglich ist die Abstrahlung verschiedener Teile einer Maschine separat zu betrachten, sind diese Faktoren bei der Wahl dieser Segmente zu beachten.

2.3.1 Wahl der Messpunkte

Wie in der Abbildung 2.1 zu sehen, wird für die Messung nach ISO/TS 7849-2 eine bestimmte Anzahl von Messpunkten auf der Messoberfläche benötigt. Weiterhin gelten die selben Kriterien wie bei der Messpunktverteilung in Kapitel 2.2.1.

2.3.2 Messprozedur

Nachdem die Wahl der Messpunkte erfolgt ist, wird an jeder Messposition der Vibrationsgeschwindigkeitspegel $L'_{vi,j}$ für alle Frequenzbänder ermittelt. Das Zeitintervall für die Messung von $L'_{vi,j}$ sollte in Abhängigkeit der Art des abgestrahlten Geräusches festgelegt werden. Für stationäre Geräusche ist eine Messdauer von mindestens 10 Sekunden für Mittenfrequenzen ab

200 Hz zu wählen. Tiefere Mittenfrequenzen erfordern eine längere Messdauer. Auch zeitabhängiges Verhalten der Schallquelle erfordert eine verlängerte Messdauer.

Ist an einer bestimmten Messpositionen bei einem bestimmten Frequenzband festzustellen, dass ein Störpegelabstand des Vibrationsgeschwindigkeitspegels von 10dB nicht eingehalten werden kann, ist die Korrektur $K_{1i,j}$ anhand der Abbildung 2.2 für diese Messposition vorzunehmen. $K_{1i,j}$ ist von $L'_{vi,j}$ abzuziehen.

2.3.3 Ermittlung des mittleren Vibrationsgeschwindigkeitspegels $\overline{L_{\nu i}}$

Nun wird der gemessene Vibrationsgeschwindigkeitspegel je Teilfläche und Frequenzband $L'_{\nu i,j}$, wenn erforderlich, jeweils mit $K_{1i,j}$ (siehe Abbildung 2.2) und $K_{Mi,j}$ beaufschlagt. $K_{Mi,j}$ ist ein Korrekturfaktor, der, wenn verwendet, die Masse des Vibrationsaufnehmers berücksichtigt. Man erhält den korrigierten Vibrationsgeschwindigkeitspegel $L_{\nu i,j}$.

$$L_{\nu i,j} = L'_{\nu i,j} - K_{1i,j} + K_{Mi,j} \quad (2.7)$$

Um den mittleren Vibrationsgeschwindigkeitspegel $\overline{L_{\nu j}}$ zu ermitteln, müssen nun die einzelnen Vibrationsgeschwindigkeitspegel $L_{\nu i,j}$ aufsummiert werden. Diese Summation wird in Abhängigkeit der Messpunktverteilung durchgeführt.

- gleichmäßig verteilte Messpunkte (N gleich große Teilflächen):

$$\overline{L_{\nu j}} = 10 \lg \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 10^{0,1L_{\nu i,j}} \right) \text{ dB} \quad (2.8)$$

- ungleichmäßig verteilte Messpunkte (N verschieden große Teilflächen S_i):

$$\overline{L_{\nu j}} = 10 \lg \left(\frac{1}{S} \sum_{i=1}^N S_i 10^{0,1L_{\nu i,j}} \right) \text{ dB} \quad \text{mit} \quad S = \sum_{i=1}^N S_i \quad (2.9)$$

2.3.4 Ermittlung des Schalleistungspegels $L_{WS,j}$

Der Luftschalleistungspegel $L_{WS,j}$ ergibt sich wie folgt.

$$L_{WS,j} = \overline{L_{\nu j}} + 10 \lg \frac{S}{S_0} \text{ dB} + 10 \lg \varepsilon_j \text{ dB} + 10 \lg \frac{Z_{Norm}}{Z_0} \text{ dB} \quad (2.10)$$

$$\text{mit } S_0 = 1 \text{ m}^2 \quad \text{und} \quad Z_0(\vartheta = 38,6^\circ\text{C}) = \frac{p_0}{\nu_0} = 400 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3}$$

Auch hier gilt: $Z_{Norm} = 411 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3}$.

2.3.5 Messunsicherheit

Die Tabelle in Abbildung 2.4 gilt als vorläufige Annahme für die Vergleichstandardabweichung σ_{R_0} einer Messung nach ISO/TS 7849-2 (in Anlehnung an ISO 3744, siehe Abbildung 1.9). Es wird darauf verwiesen, dass zukünftig eventuell weitere Untersuchungen angestellt und Veränderungen getätigt werden müssen, damit die Norm dieser Genauigkeitsklasse entspricht. Diese Tabelle ist in [ISO/TS 7849-2-2009] mit der Beschriftung σ_{T_0} zu finden. Der Beschreibung nach ist dieses σ_{T_0} dem in Kapitel 4.3 im Skript [VO: Akustische Messtechnik] vorgestellten σ_R gleichzusetzen.

Mittenfrequenz der Oktavbänder in Hz	Mittenfrequenz der Terzbänder in Hz	Typische σ_{R_0} in dB
125	100 - 160	3
250	200 - 315	2
500 - 4 000	400 - 5 000	1,5
8 000	6 300 - 10 000	2,5

Abbildung 2.4: Vorläufige Vergleichstandardabweichung des Messverfahrens für ISO/TS 7849-2-Messungen

Für diese Werte von σ_{TO} soll weiterhin die Annahme gelten, dass σ_{omc} zu vernachlässigen ist. Mit

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_{R_0}^2 + \sigma_{omc}^2} \quad (2.11)$$

folgt also die Beschriftung dieser Tabelle mit σ_{R_0} und der in Abbildung 2.1 angegebene Wert.

2.3.6 Ermittlung von ε_j

ISO/TS 7849-2 basiert auf der Kenntnis des frequenzabhängigen Abstrahlfaktors ε_j der zu messenden Maschine. Um den Abstrahlfaktor für eine Maschine oder eine Maschinenfamilie zu bestimmen, müssen eine Vielzahl an Vormessungen an Maschinen erfolgen, die entweder

- aus der gleichen Produktionsreihe wie die zu messende Maschine stammen, oder
- aus einer wohl definierten Maschinenfamilie, zu der die zu messende Maschine gehört.

Pro Maschine m kann der Abstrahlfaktor

$$\varepsilon_{j,m} = \frac{P_{S,j,m}}{\rho c v_j^2 S} \quad (2.12)$$

aus der Messung mittels Schallintensitätssonde ($P_{S,j,m}$) und dem Effektivwert der über die Gesamtfläche S gemittelten Vibrationsgeschwindigkeit \bar{v}_j berechnet werden. Aus der Maschinen-
gruppe ist dann das arithmetische Mittel,

$$\bar{\varepsilon}_j = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \varepsilon_{j,m} \quad (2.13)$$

und dessen Standardabweichung

$$\sigma_{\varepsilon_j} = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M (\varepsilon_{j,m} - \bar{\varepsilon}_j)^2} \quad (2.14)$$

zu berechnen und anzugeben. Diese Standardabweichung sollte möglichst nur die Produktionsstandardabweichung des Abstrahlfaktors beinhalten.

Der Wertebereich von ε liegt etwa zwischen 0 und 3. Die Definition des Abstrahlfaktors ε ist gleich dem von Gösele [Gösele 1953] eingeführte Abstrahlgrad s . Der Zähler der Definition ist bei ε durch eine Messung mittels Schallintensitätssonde zu bestimmen. In Kapitel 3.2 wird die DFEM verwendet um die tatsächlich abgestrahlte Leistung und damit den Nenner der Definition zu bestimmen. Dafür wird dann das Formelzeichen s und die Bezeichnung Abstrahlgrad verwendet.

2.4 ISO/TS 7849-3 (Draft)

In dem dritten Teil der Norm¹ wird ein Verfahren der Güteklasse 2 beschrieben. Die abstrahlende Gesamtfläche S wird in N Segmente unterteilt, und die Schalleistung pro Frequenzband j wie folgt berechnet (Herleitung siehe Kapitel 3.1).

$$P_j = \sum_{i=1}^N P_{i,j} + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^N P_{il,j} \quad (2.15)$$

$$P_{i,j} = \frac{\rho}{2\pi \cdot c} a_{i,j}^2 (\Delta S_i)^2 \quad (2.16)$$

$$P_{il,j} = \frac{\rho}{2\pi \cdot c} a_{i,j} a_{l,j} \Delta S_i \Delta S_l \frac{\sin(kd_{il})}{kd_{il}} \cos\phi_{il,j} \quad (2.17)$$

- $P_{i,j}$... Schalleistung, die durch das Segment i im Frequenzband j abgestrahlt wird
- $P_{il,j}$... Schalleistung, die durch die Wechselwirkung zwischen Segment i und l im Frequenzband j abgestrahlt wird
- $a_{i,j}$... Effektivwert der Vibrationsbeschleunigung normal zur Oberfläche des i -ten Flächensegments für das j -te Frequenzband²
- $\phi_{il,j}$... Phasenunterschied zwischen den Segmenten i und l für das Frequenzband j gemittelt³
- ΔS_i ... Fläche des Flächensegments i
- d_{il} ... Abstand zwischen den Segmenten i und l über die Strahleroberfläche gemessen
- k ... Wellenzahl für die Mittenfrequenz des gemessenen Frequenzbandes j

2.4.1 Wahl der Messpunkte

Die zu messende Fläche ist in N gleich große Elemente zu unterteilen. In den Mittelpunkt jeder dieser Elemente ist ein Messpunkt zu setzen. Eine erste Abschätzung der Anzahl der Messpunkte kann Abbildung 2.1 entnommen werden. Die Anzahl der Messpunkte muss jedoch mit zunehmender Ungleichförmigkeit der Beschleunigung erhöht werden [Hübner 1992]. In erster Näherung kann folgendes Verfahren verwendet werden.

- Messung mit N Messpunkten (zunächst aus Abbildung 2.1)
- Ermittlung des größten Unterschieds zwischen zwei gemessenen Beschleunigungen innerhalb eines gemessenen Frequenzbandes
- Ist die Differenz zwischen diesen zwei Messpunkten (in dB) größer als $N/2$, so muss die Anzahl der Messpunkte erhöht und die Messung wiederholt werden.

¹ ISO/TS 7849-3:2009 liegt in Form eines vorläufigen Arbeitsentwurfs vor, und findet daher in ISO 3740 noch keine Erwähnung. Sie ist den Vor-Ort-Messnormen (siehe Kapitel 1.3.3) zuzuordnen.

² Im Vergleich zu ISO/TS 7849-1 und ISO/TS 7849-2 wird in ISO/TS 7849-3 mit der Beschleunigung a statt der Schnelle ν gerechnet, da nach [Hübner 1991] die für die Schallabstrahlung relevante Größe die zeitliche Ableitung des Schallflusses, also die flächennormale Komponente der Beschleunigung, ist.

³ Die Norm spricht von einer Mittelung der Phasen. Weitere Überlegungen und Fragestellungen hierzu sind im Kapitel 5.1.1 zu finden.

Der Zusammenhang zwischen der Genauigkeit des Ergebnisses, und der Anzahl der Messpunkte N , kann mittels der Studentschen t-Verteilung berechnet werden. Es wird angenommen, dass die Ergebnisse von P_i und P_{il} nach den Gleichungen 2.16 und 2.17 über die Gesamtfläche normalverteilt sind (Diese Annahme darf laut [ISO/TS 7849-3:2009] getroffen werden). Wird nun in einer ersten Vormessung an n Messpositionen gemessen, so kann der Uniformitätsindex des Vibrationsfeldes $V_{n^2,j}$ ermittelt werden. $V_{n^2,j}$ ist in ISO/TS 7849-3 wie folgt definiert (ohne Herleitung):

$$V_{n^2,j} = \frac{1}{\bar{A}_j} \sqrt{\frac{1}{n^2 - 1} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n (A_{il,j} - \bar{A}_j)^2} \quad (2.18)$$

$$A_{il,j} = a_{i,j} \cdot a_{l,j} \frac{\sin(kd_{il})}{kd_{il}} \cos\phi_{il,j} \quad (2.19)$$

$V_{n^2,j}$ stellt eine Schätzung der Standardabweichung der Ergebnisse aller $A_{il,j}$ aus einer Stichprobe der Größe n^2 dar. Für $i \neq l$ ist $A_{il,j}$ proportional zu P_{il} und für $i = l$ ist $A_{il,j}$ proportional zu $P_{i,j}$. Die Schätzfunktion der Standardabweichung normalverteilter Daten ist t-verteilt [Papula 2011, Band 3, S. 446ff]. Die Studentsche t-Verteilung ist von der Größe der Stichprobe, welche als die Anzahl der Freiheitsgrade df bezeichnet wird, abhängig. Hier gilt also $df = n^2$.

Mit zunehmender Anzahl der Freiheitsgrade df nähert sich die t-Verteilung der Normal-Verteilung an. Abbildung 2.5 zeigt diese Abhängigkeit⁴.

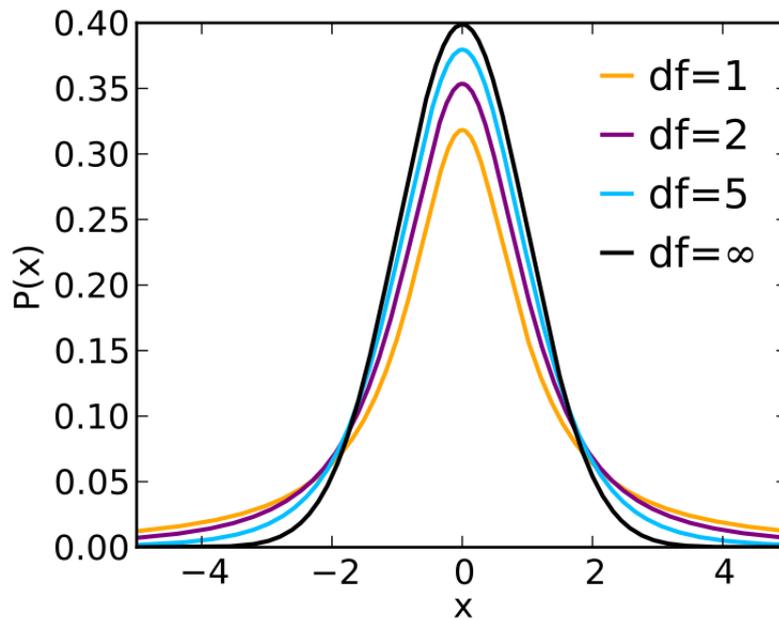


Abbildung 2.5: PDF der Studentschen t-Verteilung für 1, 2, 5, und ∞ Freiheitsgrade

Die minimale Anzahl an Messpunkten kann dann wie folgt berechnet werden (ohne Herleitung):

$$N_{min} = t_{n^2, 1-\alpha} \left(1 - 10^{-0.1u_{n^2,j}}\right)^{-1} V_{n^2,j} \quad (2.20)$$

⁴ n kann theoretisch frei gewählt werden. Eine erste Abschätzung wäre z.B. aus Abbildung 2.1 zu entnehmen. Das würde bedeuten dass $n \geq 30$ und $df \geq 30^2$. Für $df \geq 30^2$ ist jedoch die Normalverteilung schon eine sehr gute Annäherung der t-Verteilung [Papula 2011, Band 3, S. 446ff].

- N_{min} ... minimale Anzahl der Messpunkte, die benötigt werden, um die gewünschte Messunsicherheit $u_{n^2,j}$ einzuhalten
- $t_{n^2,1-\alpha}$... Studentkoeffizient für n^2 Werte mit einem Vertrauensintervall von $(1 - \alpha)$ (z.B. aus Tabelle 2.6)
- $(1 - \alpha)$... Vertrauensintervall, beschreibt den Prozentsatz der Fläche unter der Kurve von P_{df} in Abbildung 2.5, der für einen bestimmten Studentkoeffizient (x-Achse symmetrisch um 0) abgedeckt ist
- α ... Irrtumsniveau, Fläche unterhalb P_{df} außerhalb des Vertrauensintervalls
- $u_{n^2,j}$... geforderte Messunsicherheit im Frequenzband j ; um die Anforderung der Genauigkeitsklasse 2 zu erfüllen, muss $u_{n^2,j} = 0,5 \cdot \sigma_{R_0}$ (mit σ_{R_0} aus Abbildung 2.9) gewählt werden
- V_{n^2} ... Uniformitätsindex des Vibrationsfeldes; durch eine Vormessung ermittelt
- df ... Anzahl der Freiheitsgrade $df = n^2$

$df = n^2$	Vertrauensintervall $(1-\alpha)$			
	90%	95%	97.5%	99.5%
1	3.07768	6.31375	12.7062	63.6567
2	1.88562	2.91999	4.30265	9.92484
3	1.63774	2.35336	3.18245	5.84091
4	1.53321	2.13185	2.77645	4.60409
5	1.47588	2.01505	2.57058	4.03214
10	1.37218	1.81246	2.22814	3.16927
30	1.31042	1.69726	2.04227	2.75000
100	1.29007	1.66023	1.98397	2.62589
∞	1.28156	1.64487	1.95999	2.57588

Abbildung 2.6: Studentkoeffizient

Für eine Messung würde man also wie folgt vorgehen:

- Vormessung mit $N = n$ aus Tabelle 2.1
- Berechnung des Uniformitätsindex des Vibrationsfeldes mittels Formel 2.18
- Bestimmung von N_{min} mittels Formel 2.20
- für $N_{min} \leq n$ sind die Daten aus der Vormessung ausreichend
- für $N_{min} > n$ muss eine neue Messung mit $N = N_{min}$ durchgeführt werden

2.4.2 Messung des Betrags und der Phase der Beschleunigungskomponenten

Die folgenden Überlegungen basieren auf der Annahme, dass nur 2 Beschleunigungssensoren zur Messung verwendet werden. (Wenn jedoch alle Messpunkte gleichzeitig mit Sensoren bestückt werden können, ist dies natürlich zu bevorzugen.)

Aus den Gleichungen 2.15 bis 2.17 ist die Anzahl der Werte, die für eine Schalleistungsbestimmung nach ISO/TS 7849-3 benötigt werden, zu ermitteln:

- Für jeden Messpunkt ist ein $a_{i,j}$ zu bestimmen (N Werte pro Frequenzband).
- Zwischen allen N Messpunkten ist ein $\phi_{il,j}$ zu bestimmen.

Mit der Überlegung, dass $\phi_{il,j} = \phi_{li,j}$ und $\phi_{ii,j} = 0$, entspricht das $\frac{N^2-N}{2} = N \frac{N-1}{2}$ Werte pro Frequenzband.

Um den Messaufwand⁵ zu reduzieren, verwendet man nun die komplexen Beschleunigungsübertragungsfunktionen $\underline{H}_{0i,j}$ zwischen einem Referenzmesspunkt 0 und den restlichen (N-1) Mess-

punkten.

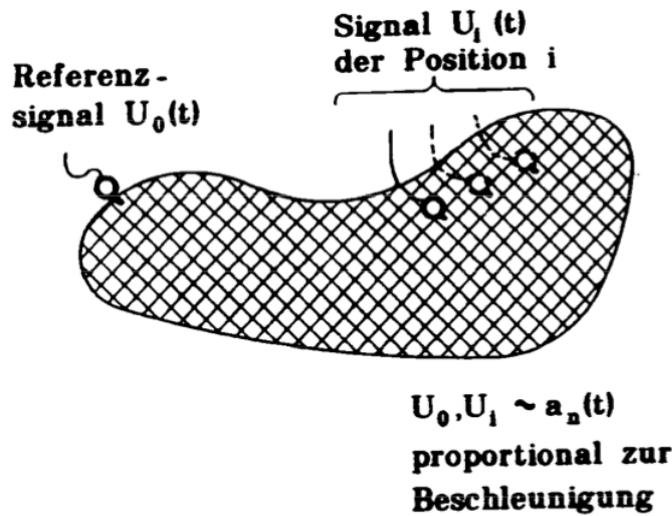


Abbildung 2.7: Messung der komplexen Beschleunigungsübertragungsfunktion nach [Hübner 1992]

Die komplexe Beschleunigungsübertragungsfunktion ist wie folgt definiert [Hübner 1992]:

$$\underline{H}_{0i,j} = |\underline{H}_{0i,j}| e^{j\phi_{0i,j}} = |\underline{H}_{0i,j}| e^{j(\phi_{i,j} - \phi_{0,j})} = \frac{|\underline{U}_{i,j}| \cdot e^{j\phi_{i,j}}}{|\underline{U}_{0,j}| \cdot e^{j\phi_{0,j}}} = \frac{a_{i,j} \cdot e^{j\phi_{i,j}}}{a_{0,j} \cdot e^{j\phi_{0,j}}} \quad (2.21)$$

und mittels 2-Kanal FFT-Analysator zu erfassen. Die Berechnung der Vibrationsbeschleunigung $a_{i,j}$ ergibt sich dann für jedes der N Segmente und für jedes Frequenzband j wie folgt.

$$a_{i,j} = a_{0,j} \cdot |\underline{H}_{0i,j}| \quad (2.22)$$

- $a_{i,j}$... zur Berechnung der Schalleistung benötigte Beschleunigung des Segments i im Frequenzband j (siehe Gleichungen 2.16 und 2.17)
- $a_{0,j}$... Beschleunigung, die am Referenzpunkt 0 gemessen wird
- $|\underline{H}_{0i,j}|$... Betrag der Beschleunigungsübertragungsfunktion

Die Phase zwischen den jeweiligen Punkten lässt sich wie folgt berechnen:

$$\phi_{il,j} = \phi_{i,j} - \phi_{l,j} = \phi_{0i,j} - \phi_{0l,j} \quad (2.23)$$

- $\phi_{il,j}$... zur Berechnung der Schalleistung benötigte Phase zwischen den Punkten i und l im Frequenzband j (siehe Gleichung 2.17)
- $\phi_{0i,j}$... Phase⁶ zwischen Referenzmesspunkt 0 und Messpunkt i
- $\phi_{0l,j}$... Phase⁶ zwischen Referenzmesspunkt 0 und Messpunkt l

Somit sind $N - 1$ Messungen der komplexen Beschleunigungsübertragungsfunktion $|\underline{H}_{0i,j}|$ und eine Messung der Beschleunigung am Referenzpunkt 0 nötig, um die Schalleistung nach ISO/TS

⁵ Messaufwand bedeutet in diesem Zusammenhang die Anzahl der Einzelmessungen (mit 2 Sensoren) die durchgeführt werden müssen um die benötigten Werte zu ermitteln.

⁶ Die Norm spricht von einer Mittelung der Phasen. Weitere Überlegungen und Fragestellungen hierzu sind im Kapitel 5.1.1 zu finden.

7849-3 zu bestimmen. Es werden daher N Messungen benötigt um die $N + \frac{N^2-N}{2}$ Werte zu bestimmen.

Abbildung 2.8 zeigt anhand einiger ausgewählter N , wie man die Anzahl der Messungen durch die Messung von Beschleunigungsübertragungsfunktionen drastisch reduzieren kann.

Anzahl der Messpunkte N	Anzahl der benötigten Werte $N + \frac{N^2-N}{2}$
entspricht Anzahl der benötigten Messungen, wenn jeweils $\underline{H}_{0i,j}$ gemessen wird	entspricht Anzahl der Messungen, wenn jeder Wert einzeln erfasst wird
30	465
60	1830
100	5050
1000	500500

Abbildung 2.8: Vergleich des Messaufwands für zunehmende Anzahl von Messpunkten N

2.4.3 Messunsicherheit

Abbildung 2.9 zeigt die typischen Obergrenzen der Vergleichsstandardabweichung des Messverfahrens σ_{R_0} . Im Vergleich zu anderen σ_{R_0} -Werten der Genauigkeitsklasse 2 (vgl. Abbildungen 1.9 und 1.15 aus Kapitel 1) ist die Anhebung der Werte zwischen 6,3kHz und 10kHz auffallend. Eine Erklärung wäre, dass die DFEM vor allem für höhere Frequenzen an ihre Grenzen stößt⁷. Die in der Norm angegebene σ_{R_0} für A-bewertete Summenpegel von 1,0 dB ist in diesem Zusammenhang zu hinterfragen. Es sei an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen, dass zur Zeit dieser Bachelorarbeit die Norm ISO/TS 7849-3 nur in Form eines Drafts vorliegt.

Mittenfrequenz der Terzbänder in Hz	Typische σ_{R_0} in dB
100 - 160	3
200 - 315	2
400 - 5000	1,5
6300 - 10 000	3

Abbildung 2.9: Vergleichsstandardabweichung des Messverfahrens nach ISO 7849-3

Um die in Abbildung 2.9 angegebenen Werte einzuhalten, müssen die folgenden 3 Kriterien gelten:

- $a_{ij} > 10a_{ij,ex}$: unerwünschte Beschleunigungen dürfen maximal 1/10 der zu messenden Beschleunigung betragen
- es muss entweder ein nicht-kontaktierendes Verfahren verwendet werden oder die kontaktierende Messsonde darf die zu messende Beschleunigung um nicht mehr als den Faktor 1,04 im Vergleich zur nicht-kontaktierenden Methode verfälschen⁸
- $N > N_{min}$ nach Gleichung 2.20

⁷ siehe Kapitel 5.1.2

⁸ In der Norm wird die Formulierung $a_{i,j(contacting)} < 1,04 \cdot a_{i,j(non-contacting)}$ verwendet. Diese Formulierung wird in 5.1.3 hinterfragt.

3

Mathematische Zusammenhänge

Um den Zusammenhang der drei Normen besser zu verstehen, soll im weiteren der mathematische Hintergrund beleuchtet werden. Anfangend mit dem Konzept der Direkten Finiten Elemente Methode (DFEM), auf die Teil 3 der Norm basiert, soll im folgenden der daraus resultierende Zusammenhang zum Abstrahlgrad und somit die Vereinfachungen und Annahmen, die zu Teil 1 und 2 der ISO Norm führen, erläutert werden.

3.1 Schalleistungsbestimmung mittels Direkten Finiten Elemente Methode (DFEM)

Grundidee der DFEM ist die Ermittlung der Schalleistung ohne den Umweg über die Feldgrößen Schalldruck und Schallschnelle. Es soll stattdessen direkt anhand von Körperschalldaten eine Aussage über die abgestrahlte Leistung getroffen werden [Hübner 1991]. Dazu wird die zu untersuchende Oberfläche in N Flächenelemente unterteilt und jeweils ein Monopol mit der jeweiligen Ergiebigkeit Q_i in den Mittelpunkt der jeweiligen Teilfläche gedacht.

Die DFEM kann aus einer Diskretisierung des Rayleigh-Integrals wie folgt verifiziert werden.

3.1.1 Zusammenhang zwischen der DFEM-Methode und dem Rayleigh-Integral

Im allgemeinen strahlt eine Punktquelle eine Kugelwelle ab und erzeugt im Abstand r einen Schalldruck von [VO: Elektroakustik 2010, Kap. 5.1]:

$$\underline{p}(r, t) = \frac{jkZ_0}{4\pi} \oint_S \frac{e^{-jkr}}{r} d\underline{Q} \quad (3.1)$$

$$d\underline{Q} = \underline{\vec{v}} \cdot d\underline{\vec{S}} \quad (3.2)$$

$d\underline{\vec{S}}$ ist hierbei eine infinitesimal kleine Kugeloberfläche die die Punktquelle einschließt. Diese Beschreibung wurde von John William Strutt, 3. Baron Rayleigh [Rayleigh 1877], verwendet, um den Spezialfall eines ebenen periodisch schwingenden Strahlers zu beschreiben. Gleichung 3.1 wird daher oft als das Rayleigh-Integral und deren Berechnung als Rayleigh-Verfahren bezeichnet. Da eine exakte Berechnung in vielen Fällen nicht möglich ist, ist es üblich, eine Abschätzung mit einer endlichen Anzahl von Teilergiebigkeiten durchzuführen. Der Schalldruck, der von N

diskreten Punktquellen mit einer jeweiligen Teilergiebigkeit von $\Delta Q_i = \Delta S_i \nu_i$ erzeugt wird, kann wie folgt bestimmt werden:

$$\underline{p}(r, t) = \frac{jkZ_0}{4\pi} \sum_{i=1}^N \frac{e^{-jkr_i}}{r_i} \Delta Q_i \quad (3.3)$$

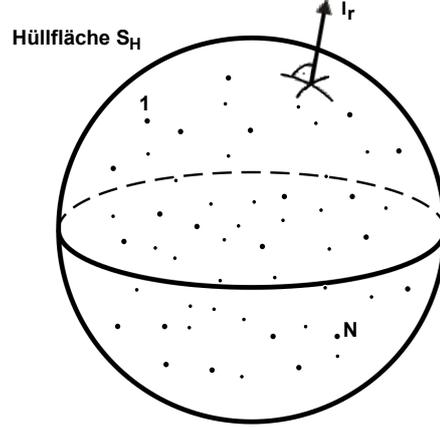


Abbildung 3.1: Die Quellen einschließende Hüllfläche

Wie in Abbildung 3.1 zu sehen, betrachtet man nun N Monopolquellen in einem Vollraum und integriert über die Hüllfläche S_H um die abgestrahlte Schalleistung zu berechnen. Für die resultierende Schallintensität gilt:

$$I_r = \frac{1}{2} \text{Re}\{\hat{\underline{p}} \cdot \hat{\underline{v}}^*\} \quad (3.4)$$

$$= \frac{1}{2Z_0} \text{Re}\{\hat{\underline{p}} \cdot \hat{\underline{p}}^*\} \quad (3.5)$$

Die Schalleistung wird durch Integration über die Hüllfläche S_H ermittelt.

$$P = \oint_{S_H} I_r dS_H \quad (3.6)$$

$$= \frac{1}{2 \cdot Z_0} \oint_{S_H} \text{Re}\{\hat{\underline{p}} \cdot \hat{\underline{p}}^*\} dS_H \quad (3.7)$$

$$= \frac{1}{2 \cdot Z_0} \left(\frac{kZ_0}{4\pi}\right)^2 \oint_{S_H} \text{Re} \left\{ \left(\sum_{i=1}^N \frac{e^{-jkr_i}}{r_i} \Delta \hat{Q}_i \right) \left(\sum_{l=1}^N \frac{e^{jkr_l}}{r_l} \Delta \hat{Q}_l^* \right) \right\} dS_H \quad (3.8)$$

$$= \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k}{4\pi}\right)^2 \oint_{S_H} \underbrace{\text{Re} \left\{ \left(\sum_{i=1}^N \frac{e^{-jkr_i}}{r_i} \Delta \hat{Q}_i \right) \left(\sum_{l=1}^N \frac{e^{jkr_l}}{r_l} \Delta \hat{Q}_l^* \right) \right\}}_A dS_H \quad (3.9)$$

A wird wie folgt aufgeteilt. Für jene Multiplikationen, bei denen $i = l$ ist, gilt:

$$A|_{i=l} = \sum_{i=1}^N \frac{e^{-jkr_i}}{r_i} \Delta \hat{Q}_i \cdot \frac{e^{jkr_i}}{r_i} \Delta \hat{Q}_i^* = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta \hat{Q}_i}{r_i} \right)^2 \quad (3.10)$$

und für jene, bei denen $i \neq l$ ist, gilt:

$$A|_{i \neq l} = \left(\sum_{i=1}^N \frac{e^{-jkr_i}}{r_i} \Delta \hat{Q}_i \right) \left(\sum_{l=1}^N \frac{e^{jkr_l}}{r_l} \Delta \hat{Q}_l^* \right) \quad (3.11)$$

$$= \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^N \frac{\Delta \hat{Q}_i \Delta \hat{Q}_l^*}{r_i r_l} e^{j(k(r_l - r_i) + \phi_{il})} \quad (3.12)$$

ϕ_{il} beschreibt den Phasenunterschied zwischen den komplexen Teilergiebigkeiten $\Delta \hat{Q}_i$ und $\Delta \hat{Q}_l^*$.

$$\Delta \hat{Q}_i \cdot \Delta \hat{Q}_l^* = \Delta \hat{Q}_i e^{j\phi_i} \cdot \Delta \hat{Q}_l e^{-j\phi_l} = \Delta \hat{Q}_i \cdot \Delta \hat{Q}_l e^{j(\phi_i - \phi_l)} = \Delta \hat{Q}_i \cdot \Delta \hat{Q}_l \cdot e^{j\phi_{il}} \quad (3.13)$$

$$\phi_{il} = \phi_i - \phi_l \quad (3.14)$$

Somit kann folgende Beschreibung der abgestrahlten Leistung verwendet werden (Summation und Integration dürfen hier vertauscht werden):

$$P = P_{Eigen} + P_{Wechsel} \quad (3.15)$$

$$P_{Eigen} = \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k}{4\pi} \right)^2 \oint_{S_H} \sum_{i=1}^N \frac{\Delta \hat{Q}_i^2}{r_i^2} dS_H \quad (3.16)$$

$$= \sum_{i=1}^N \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k}{4\pi} \right)^2 \oint_{S_H} \left(\frac{\Delta \hat{Q}_i}{r_i} \right)^2 dS_H = \sum_{i=1}^N P_i \quad (3.17)$$

$$P_{Wechsel} = \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k}{4\pi} \right)^2 \oint_{S_H} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^N \frac{\Delta \hat{Q}_i \Delta \hat{Q}_l^*}{r_i r_l} e^{j(k(r_l - r_i) + \phi_{il})} \right\} dS_H \quad (3.18)$$

$$= \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^N \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k}{4\pi} \right)^2 \oint_{S_H} \frac{\Delta \hat{Q}_i \Delta \hat{Q}_l^*}{r_i r_l} \cos(k(r_l - r_i) + \phi_{il}) dS_H \quad (3.19)$$

$$= \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^N P_{il} \quad (3.20)$$

- P_{Eigen} ... Summe der Leistungen, die durch die Quellen abgestrahlt werden, ohne Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen den Quellen
- $P_{Wechsel}$... Summe der Leistungen, die durch die Wechselwirkungen zwischen den Monopolen zu Stande kommt

3.1.2 Berechnung von P_i

Aus Gleichung 3.17 folgt:

$$P_i = \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k}{4\pi} \right)^2 \oint_{S_H} \left(\frac{\Delta \hat{Q}_i}{r_i} \right)^2 dS_H \quad (3.21)$$

Ist das Koordinatensystem wie in Abbildung 3.2 definiert, so sind für eine Kugel, die alle Punktquellen in weiter Ferne umhüllt ($r_i = r = \text{const}$) die Integrationsgrenzen wie folgt zu wählen:

$$0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad (3.22)$$

$$0 \leq \theta \leq \pi \quad (3.23)$$

Ein Hüllflächenelement wird mit $dS_H = r^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi$ beschrieben.

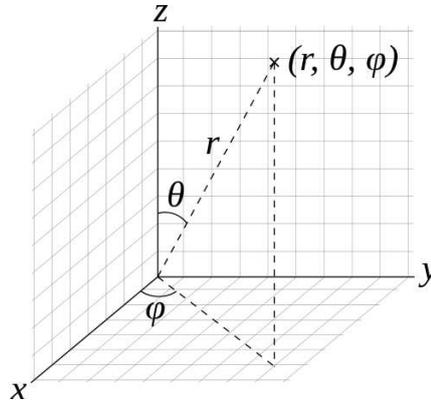


Abbildung 3.2: Verwendetes Kugelkoordinatensystem

$$P_i = \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k}{4\pi} \right)^2 \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \left(\frac{\Delta \hat{Q}_i}{r_i} \right)^2 r^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad (3.24)$$

$$= \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k \cdot \Delta \hat{Q}_i}{4\pi} \right)^2 \underbrace{2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) d\theta}_{=2} \quad (3.25)$$

$$= \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k \Delta \hat{Q}_i}{4\pi} \right)^2 4\pi \quad (3.26)$$

$$= \frac{Z_0}{4\pi} \left(k \cdot \frac{\Delta \hat{Q}_i}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{Z_0}{4\pi} k^2 (\Delta Q_i)^2 \quad (3.27)$$

Da für eine Messung die Abstrahlung für gewöhnlich in einen Halbraum stattfindet, muss dieses Ergebnis noch mit dem Faktor 2 multipliziert werden¹ (Gleichung 3.28). In ISO/TS 7849-3 wird diese Formel mit Beschleunigungen statt Geschwindigkeiten ausgedrückt (siehe Gleichungen 2.16 und 2.17), da das Messverfahren auf der Messung von Beschleunigungen beruht (siehe Kapitel

¹ siehe [Kraus 2007 S. 22]

2.4.2). Für harmonische Schwingungen gilt: $\nu = \frac{a}{2\pi f}$.

$$P_i = \frac{Z_0}{2\pi} (k \Delta S_i \nu_i)^2 \quad (3.28)$$

$$= \frac{Z_0}{2\pi} \left(\frac{2\pi f}{c} \Delta S_i \frac{a_i}{2\pi f} \right)^2 = \frac{\rho c}{2\pi} \left(\frac{a_i}{c} \Delta S_i \right)^2 \quad (3.29)$$

$$= \frac{\rho}{2\pi \cdot c} a_i^2 (\Delta S_i)^2 \quad (3.30)$$

3.1.3 Berechnung von P_{il}

Aus den Gleichungen 3.19 und 3.20 folgt:

$$P_{il} = \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k}{4\pi} \right)^2 \oint_{S_H} \frac{\Delta \hat{Q}_i \Delta \hat{Q}_l}{r_i r_l} \cos(k(r_l - r_i) + \phi_{il}) dS_H \quad (3.31)$$

Die Berechnung von P_{il} geschieht in ähnlicher Weise wie für P_i . Es werden nun 2 Monopole betrachtet, die von einer Kugeloberfläche umhüllt werden. Die Tatsache, dass die Leistung im Fernfeld betrachtet wird, führt zu folgender Vereinfachung:

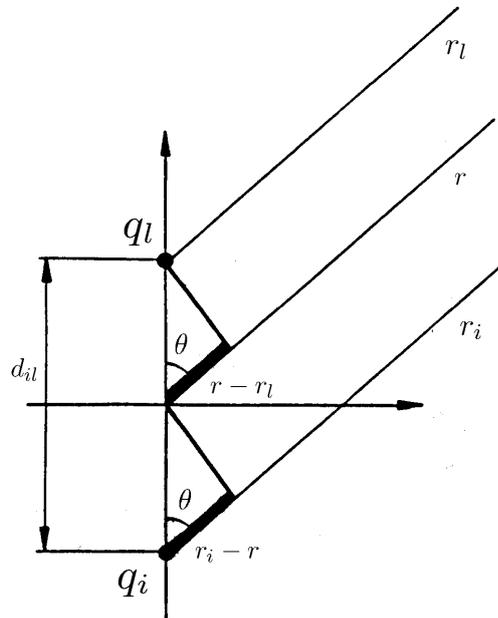


Abbildung 3.3: Geometrische Beziehung zwischen zwei Monopolen q_i, q_l im Abstand d , anhand einer Fernfeldbetrachtung

Legt man, wie in Abbildung 3.3, einen Punkt zwischen 2 Quellen (q_1 und q_2) fest und definiert einen neuen Abstand r von diesem Punkt zum Messpunkt, so kann durch Addition der 2

Gleichungen 3.32 und 3.33 die Relation in Gleichung 3.34 ermittelt werden.

$$r - r_l = \frac{d_{il}}{2} \cdot \cos(\theta) \quad (3.32)$$

$$r_i - r = \frac{d_{il}}{2} \cdot \cos(\theta) \quad (3.33)$$

$$\overline{r_i - r_l} = d_{il} \cdot \cos(\vartheta) \quad (3.34)$$

Dieser Zusammenhang vereinfacht die Darstellung von P_{il} wie folgt. Bei großer Entfernung zur Gesamtquelle gilt die Approximation $r_i = r_l = r$ und $r_i - r_l = d_{il} \cos(\theta)$:

$$P_{il} = \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k}{4\pi} \right)^2 \oint_{S_H} \frac{\Delta \hat{Q}_i \Delta \hat{Q}_l}{r_i r_l} \cos(k(r_l - r_i) + \phi_{il}) dS_H \quad (3.35)$$

$$= \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k}{4\pi} \right)^2 \oint_{S_H} \frac{\Delta \hat{Q}_i \Delta \hat{Q}_l}{r^2} \cos(kd_{il} \cos(\theta) + \phi_{il}) dS_H \quad (3.36)$$

$$= \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k}{4\pi} \right)^2 \underbrace{\Delta \hat{Q}_i \Delta \hat{Q}_l \oint_{S_H} \frac{\cos(kd_{il} \cos(\vartheta) + \phi_{il})}{r^2} dS_H}_C \quad (3.37)$$

Mit der Substitution $u = kd_{il} \cos(\theta) + \phi_{il}$ und somit $d\theta = \frac{-du}{kd_{il} \sin(\theta)}$ kann das Integral C berechnet werden:

$$C = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{\cos(kd_{il} \cos(\theta) + \phi_{il})}{r^2} r^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad (3.38)$$

$$= 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} \cos(kd_{il} \cos(\theta) + \phi_{il}) \cdot \sin(\theta) d\theta \quad (3.39)$$

$$= 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} \cos(u) \sin(\theta) \left(\frac{-du}{kd_{il} \sin(\theta)} \right) \quad (3.40)$$

$$= 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} -\frac{\cos(u)}{kd_{il}} du \quad (3.41)$$

$$= 2\pi \left[-\frac{\sin(u)}{kd_{il}} \right]_{\theta=0}^{\pi} \quad (3.42)$$

Nach der Rücksubstitution erhält man:

$$C = 2\pi \left[-\frac{\sin(kd_{il} \cos(\theta) + \phi_{il})}{kd_{il}} \right]_{\theta=0}^{\pi} \quad (3.43)$$

$$= 2\pi \left(-\frac{\sin(\overbrace{-kd_{il}}^{\beta} + \overbrace{\phi_{il}}^{\alpha})}{kd_{il}} + \frac{\sin(\overbrace{kd_{il}}^{\beta} + \overbrace{\phi_{il}}^{\alpha})}{kd_{il}} \right) \quad (3.44)$$

Mit $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cdot \cos(\alpha)\sin(\beta)$ gilt also:

$$C = 4\pi \frac{\sin(kd_{il})}{kd_{il}} \cos(\phi_{il}) \quad (3.45)$$

In Gleichung 3.37 eingesetzt ergibt das:

$$P_{il} = \frac{Z_0}{2} \left(\frac{k}{4\pi} \right)^2 \Delta\hat{Q}_i \Delta\hat{Q}_l 4\pi \frac{\sin(kd_{il})}{kd_{il}} \cos(\phi_{il}) \quad (3.46)$$

$$= \frac{Z_0}{4\pi} k^2 \frac{\Delta\hat{Q}_i}{\sqrt{2}} \frac{\Delta\hat{Q}_l}{\sqrt{2}} \frac{\sin(kd_{il})}{kd_{il}} \cos(\phi_{il}) \quad (3.47)$$

$$= \frac{Z_0}{4\pi} k^2 \Delta Q_i \Delta Q_l \frac{\sin(kd_{il})}{kd_{il}} \cos(\phi_{il}) \quad (3.48)$$

Auch hier muss die Leistung mit dem Faktor 2 multipliziert werden, um eine Abstrahlung in einen Halbraum zu beschreiben (siehe Gleichung 3.49). Um auf die, in der Norm verwendete Form (siehe Gleichung 2.17) zu kommen, muss auch hier wieder eine Umrechnung auf Beschleunigungen erfolgen:

$$P_{il} = \frac{Z_0}{2\pi} k^2 (\Delta S_i \nu_i) (\Delta S_l \nu_l) \frac{\sin(kd_{il})}{kd_{il}} \cos(\phi_{il}) \quad (3.49)$$

$$= \frac{\rho c}{2\pi} (k \Delta S_i \nu_i) (k \Delta S_l \nu_l) \frac{\sin(kd_{il})}{kd_{il}} \cos(\phi_{il}) \quad (3.50)$$

$$= \frac{\rho c}{2\pi} \left(\frac{a_i}{c} \Delta S_i \right) \left(\frac{a_l}{c} \Delta S_l \right) \frac{\sin(kd_{il})}{kd_{il}} \cos(\phi_{il}) \quad (3.51)$$

$$= \frac{\rho}{2\pi c} a_i a_l \Delta S_i \Delta S_l \frac{\sin(kd_{il})}{kd_{il}} \cos(\phi_{il}) \quad (3.52)$$

3.1.4 Zusammenfassung der DFEM

Wie hergeleitet, besagt die DFEM, dass aus den abgestrahlten Schalleistungen der Monopole (Gleichung 3.28)

$$P_i = \frac{\rho c}{2\pi} k^2 (\Delta S_i \nu_i)^2 = \frac{Z_0}{2\pi} k^2 (\Delta Q_i)^2 \quad (3.53)$$

und deren Wechselwirkungen (Gleichung 3.49)

$$P_{il} = \frac{\rho c}{2\pi} k^2 (\Delta S_i \nu_i) (\Delta S_l \nu_l) \frac{\sin(kd_{il})}{kd_{il}} \cos(\phi_{il}) = \frac{Z_0}{2\pi} k^2 \Delta Q_i \Delta Q_l \frac{\sin(kd_{il})}{kd_{il}} \cos(\phi_{il}) \quad (3.54)$$

die gesamte Schalleistung (Gleichung 3.15) ermittelt werden kann:

$$P = \sum_{i=1}^N P_i + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^N P_{il} = P_{Eigen} + P_{Wechsel} \quad (3.55)$$

- P_i ... Leistung, die eine Quelle abstrahlt, in Abwesenheit aller anderer Quellen
- P_{il} ... Leistung, die durch die einseitige Wechselwirkung² von Quelle i und Quelle l abgestrahlt wird
 - kann wegen dem $\cos(\phi_{il})$ -Term, sowohl positiv als auch negativ sein
 - die Doppelsumme von $P_{Wechsel}$ läuft sowohl über P_{il} als auch P_{li}
 - weiters gilt: $P_{il} = P_{li}$
 - die gesamte Wechselwirkung zwischen 2 Monopolen wird also mit $P_{il} + P_{li} = 2P_{il}$ beschrieben

Daher findet man in der Literatur auch oft folgende gleichbedeutende Formel:

$$P = \sum_{i=1}^N P_i + 2 \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{l=i+1}^N P_{il} \quad (3.56)$$

² siehe [Kraus 2007 S. 28]

3.2 Abstrahlgrad

Der von Gösele eingeführte Begriff des Abstrahlgrades ist wie folgt definiert [Hübner 1991], [Gösele 1953]:

$$s = \frac{P}{P_0} = \frac{P}{Z_0 \bar{\nu}^2 S} \quad (3.57)$$

- s ... dimensionsloser Abstrahlgrad
- P ... tatsächlich abgestrahlte Leistung
- P_0 ... Leistung, die abgestrahlt werden würde, wenn alle Punkte konphas schwingen
- $\bar{\nu}^2$... über die Strahleroberfläche S gemittelttes Effektivquadrat der flächennormalen Schnelle

Mit den aus der DFEM bekannten Relationen der abgestrahlten Leistung (Gleichung 3.55), kann auf die folgende Beschreibung geschlossen werden.

$$s = \frac{P_{Eigen}}{P_0} + \frac{P_{Wechsel}}{P_0} \quad (3.58)$$

$$= \sum_{i=1}^N \frac{P_i}{P_0} + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^N \frac{P_{il}}{P_0} \quad (3.59)$$

$$= \underbrace{\sum_{i=1}^N s_i}_{s_E} + \underbrace{\sum_{i=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^N s_{il}}_{s_W} \quad (3.60)$$

Mit den Gleichungen 3.28 und 3.49 ergeben sich

$$s_i = \frac{Z_0 k^2 (\Delta S_i \nu_i)^2}{\Pi P_0} \quad (3.61)$$

$$s_{il} = \frac{Z_0 k^2 (\Delta S_i \nu_i) (\Delta S_l \nu_l) \sin(kd_{il})}{\Pi P_0 kd_{il}} \cos(\phi_{il}) \quad (3.62)$$

Für eine Monopolquelle, die in einen Vollraum abstrahlt, gilt $\Pi = 4\pi$. Für eingebettete Monopole die folglich in einen Halbraum abstrahlen gilt $\Pi = 2\pi$. Wenn der Strahler in N gleich große Teilstimente unterteilt wird, gilt $\Delta S_i = \Delta S_l = \frac{S}{N}$:

$$s_i = \frac{k^2 \left(\frac{S}{N} \nu_i\right)^2}{\Pi \bar{\nu}^2 S} \quad (3.63)$$

$$s_{il} = \frac{k^2 \left(\frac{S}{N} \nu_i\right) \left(\frac{S}{N} \nu_l\right) \sin(kd_{il})}{\Pi \bar{\nu}^2 S kd_{il}} \cos(\phi_{il}) \quad (3.64)$$

welches durch Kürzung

$$s_i = \frac{k^2 S \nu_i^2}{\Pi N^2 \bar{\nu}^2} \quad (3.65)$$

$$s_{il} = \frac{k^2 S \nu_i \nu_l \sin(kd_{il})}{\Pi N^2 \bar{\nu}^2 kd_{il}} \cos(\phi_{il}) \quad (3.66)$$

ergibt. Betrachtet man nun eine Monopolquelle mit $S = 4\pi r_K^2$, $N = 1$ und $\nu_i^2 = \bar{\nu}^2$, erhält man für den Abstrahlgrad:

$$s = s_i = \frac{k^2}{4\pi} 4\pi r_K^2 = (kr_K)^2 \sim \omega^2 \quad (3.67)$$

r_K beschreibt den Radius der Quelle. Eine Monopolquelle hat also einen Abstrahlgrad, der quadratisch mit der Frequenz ansteigt.

3.3 Abstrahlgrad eines Linienstrahlers

Das DFEM-Modell eines in eine unendliche Schallwand eingebetteten Linienstrahlers der Länge $2L$ und Breite B , ist eine Kette von Monopolen im Abstand $d_0 = 2L/N$. Dies vereinfacht die Terme d_{il} wie folgt:

$$d_{il} = d_0|i - l| = d_0 \cdot m \quad (m = 1, 2, \dots, N - 1) \quad (3.68)$$

Für diese Berechnung ist es hilfreich, den Abstrahlgrad als Summandenmatrix darzustellen. Für die Diagonalelemente der Matrix gilt $i = l$. Es handelt sich also um jene Elemente, die in Summe die Eigenkomponente der Abstrahlung s_E ergeben.

$$s_{i,i} = s_i = \frac{k^2}{2\pi} \frac{S}{N^2} \frac{\nu_i^2}{\bar{\nu}^2} \quad (3.69)$$

Alle weiteren Elemente der Matrix sind Summanden des Wechselanteils des Abstrahlgrades. In Gleichung 3.68 wird die Variable m eingeführt, um den Abstand d_0 um ganzzahlige Vielfache zu erhöhen. Diese wird nun auch verwendet, um l in Gleichung 3.66 zu ersetzen mit $l = i + m$

$$s_{i,(i+m)} = \frac{k^2}{2\pi} \frac{S}{N^2} \frac{\nu_i \nu_{i+m}}{\bar{\nu}^2} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} \cos(\phi_{i,(i+m)}) \quad (3.70)$$

Diese Gleichung gilt streng genommen nur für die Elemente der oberen Dreiecksmatrix. Da die Matrix quadratisch und symmetrisch ist, also $s_{il} = s_{li}$, genügt Gleichung 3.70 für die weiteren Betrachtungen.

$$\begin{bmatrix} s_{1,1} & \cdots & s_{1,(1+m)} & \cdots & s_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ s_{(1+m),1} & \cdots & s_{i,i} & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ s_{N,1} & \cdots & \cdots & \cdots & s_{N,N} \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

Hier beispielhaft für $N = 4$ dargestellt:

$$\begin{bmatrix} s_{1,1} & s_{1,2} & s_{1,3} & s_{1,4} \\ s_{2,1} & s_{2,2} & s_{2,3} & s_{2,4} \\ s_{3,1} & s_{3,2} & s_{3,3} & s_{3,4} \\ s_{4,1} & s_{4,2} & s_{4,3} & s_{4,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{1,1} & s_{1,2} & s_{1,3} & s_{1,4} \\ s_{1,2} & s_{2,2} & s_{2,3} & s_{2,4} \\ s_{1,3} & s_{2,3} & s_{3,3} & s_{3,4} \\ s_{1,4} & s_{2,4} & s_{3,4} & s_{4,4} \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Der Abstrahlgrad entspricht der Summe aller Elemente der Matrix. Diese Summe kann wie folgt zusammengefasst werden:

$$s = \underbrace{\sum_{i=1}^N s_{i,i}}_{\text{Diagonale}} + 2 \underbrace{\left(\sum_{i=1}^{N-1} s_{i,i+1} + \sum_{i=1}^{N-2} s_{i,i+2} + \sum_{i=1}^{N-3} s_{i,i+3} \cdots + s_{1N} \right)}_{\text{obere Dreiecksmatrix}} \quad (3.73)$$

$$= \sum_{i=1}^N s_{i,i} + 2 \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{i=1}^{N-m} s_{i,(i+m)} \quad (3.74)$$

$$= \frac{k^2 S}{2\pi N^2} \left\{ \sum_{i=1}^N \frac{\nu_i^2}{\bar{\nu}^2} + 2 \sum_{m=1}^{N-1} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} \sum_{i=1}^{N-m} \frac{\nu_i \nu_{i+m}}{\bar{\nu}^2} \cos(\phi_{i,(i+m)}) \right\} \quad (3.75)$$

$$= \underbrace{\frac{k^2 S}{2\pi N^2} \sum_{i=1}^N \frac{\nu_i^2}{\bar{\nu}^2}}_{s_E} + 2 \underbrace{\frac{k^2 S}{2\pi N^2} \sum_{m=1}^{N-1} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} \sum_{i=1}^{N-m} \frac{\nu_i \nu_{i+m}}{\bar{\nu}^2} \cos(\phi_{i,(i+m)})}_{s_W} \quad (3.76)$$

Mit der Transformation $s^* = \frac{s}{\frac{k}{2}B}$ ergibt sich die, auf die Breite B normierte, frequenzbezogene übliche Darstellung des Abstrahlgrades s^* . Mit der Fläche $S = 2LB$ gilt:

$$s^* = \frac{k}{\pi} \frac{2L}{N^2} \left\{ \sum_{i=1}^N \frac{\nu_i^2}{\bar{\nu}^2} + 2 \sum_{m=1}^{N-1} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} \sum_{i=1}^{N-m} \frac{\nu_i \nu_{i+m}}{\bar{\nu}^2} \cos(\phi_{i,(i+m)}) \right\} \quad (3.77)$$

$$s^* = \underbrace{\frac{k}{\pi} \frac{2L}{N^2} \sum_{i=1}^N \frac{\nu_i^2}{\bar{\nu}^2}}_{s_E^*} + 2 \underbrace{\frac{k}{\pi} \frac{2L}{N^2} \sum_{m=1}^{N-1} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} \sum_{i=1}^{N-m} \frac{\nu_i \nu_{i+m}}{\bar{\nu}^2} \cos(\phi_{i,(i+m)})}_{s_W^*} \quad (3.78)$$

Die Verteilung der Schwinggeschwindigkeit auf dem Linienstrahler sei wie folgt angenommen.

$$\nu(x, t) = \nu_0 \cos\left(\frac{2\pi n}{L} \cdot x - \varphi_0\right) \cos(\omega t) \quad (3.79)$$

Abbildung 3.4 zeigt exemplarisch eine Momentaufnahme der Verteilung (ohne Zeitabhängigkeit).

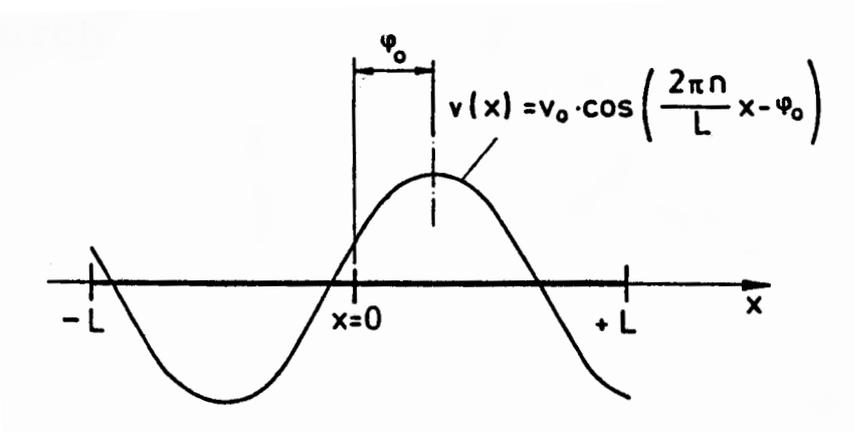


Abbildung 3.4: Verteilung der Schwinggeschwindigkeit des Linienstrahlers

Die in Gleichung 3.79 verwendete Variable n gibt die Ordnung des Strahlers an. Sie beschreibt die Anzahl der Körperschallwellenlängen auf dem Strahler. Sie muss nicht zwingend ganzzahlig sein. n stellt somit eine Relation zwischen der Körperschallwellenlänge und der Abmessung des Strahlers dar. Es gilt: $n = \frac{L}{\lambda_K}$ bzw. $k_K = \frac{2\pi n}{L}$. Um den Einfluß der Ordnung auf den Abstrahlfaktor zu untersuchen, wurden s und s^* nach den Gleichungen 3.80 und 3.81 mit der Schwinggeschwindigkeitsverteilung nach Gleichung 3.79 für verschiedene Ordnungen n in den Abbildungen 3.5 und 3.6 dargestellt.

$$s = \underbrace{\frac{k^2 S}{2\pi N^2} \sum_{i=1}^N \frac{\nu_i^2}{\bar{\nu}^2}}_{s_E} + 2 \underbrace{\frac{k^2 S}{2\pi N^2} \sum_{m=1}^{N-1} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} \sum_{i=1}^{N-m} \frac{\nu_i \nu_{i+m}}{\bar{\nu}^2} \cos(\phi_{i,(i+m)})}_{s_W} \quad (3.80)$$

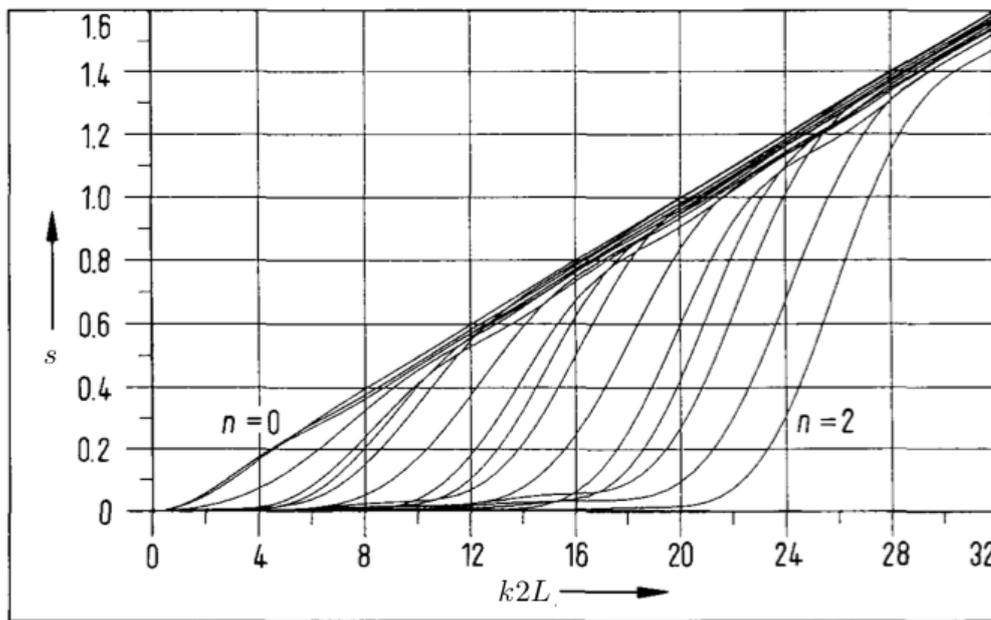


Abbildung 3.5: Einfluß der Ordnung n auf den Abstrahlfaktor eines Linienstrahlers in 0.125-Schritten; nach den Gleichungen 3.80 und 3.79; $\frac{B}{2L} = 0.1$ [Hübner 1991]

Es ist zu erkennen, dass ein Linienstrahler, im Vergleich zur Proportionalität $s \sim \omega^2$ der Monopolvereule, in mehrere Bereiche gegliedert werden muss. Für tiefe Frequenzen existiert ein Bereich, in dem der Abstrahlfaktor $s = 0$ ist, es wird also keine Leistung abgestrahlt. Dieser Bereich wächst mit zunehmender Ordnung n , also mit Abnahme der Körperschallwellenlänge λ_K . Es folgt ein Bereich der etwa $6 \cdot k \cdot 2L$ beträgt. In diesem Bereich steigt s sehr steil an. Danach flacht s für alle n auf einen linearen Anstieg mit $s \sim \omega$ ab. Die gleichen Bereiche lassen sich auch für die Darstellung für s^* finden. Der Bereich für hohe Frequenzen ist hier jedoch mit $s \sim 1$ zu beschreiben.

$$s^* = \underbrace{\frac{k}{\pi} \frac{2L}{N^2} \sum_{i=1}^N \frac{\nu_i^2}{\bar{\nu}^2}}_{s_E^*} + 2 \underbrace{\frac{k}{\pi} \frac{2L}{N^2} \sum_{m=1}^{N-1} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} \sum_{i=1}^{N-m} \frac{\nu_i \nu_{i+m}}{\bar{\nu}^2} \cos(\phi_{i,(i+m)})}_{s_W^*} \quad (3.81)$$

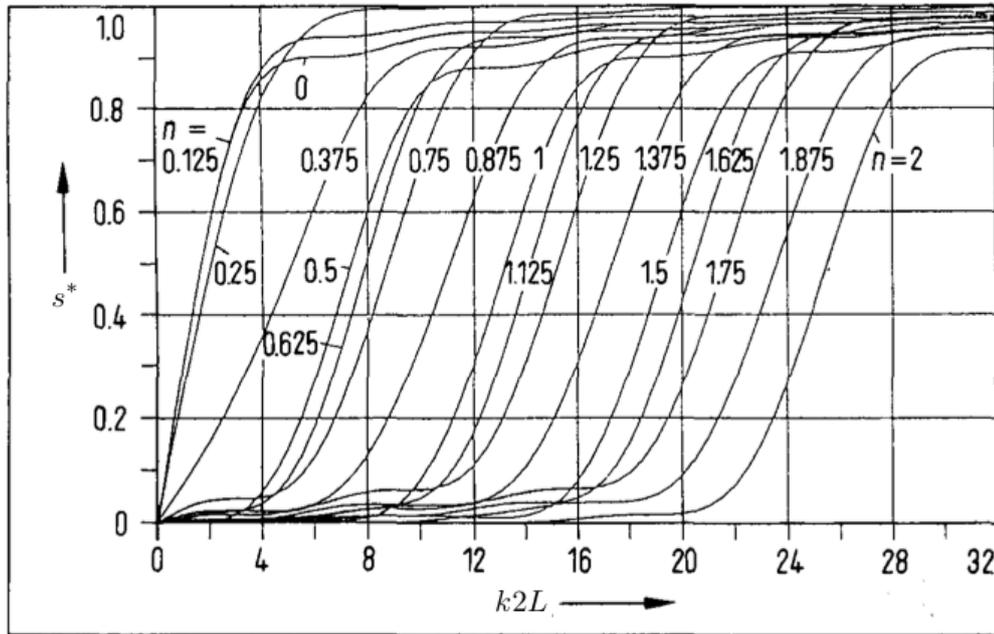


Abbildung 3.6: Der Einfluß der Ordnung n auf den normierten Abstrahlfaktor s eines Linienstrahlers in 0.125-Schritten; Nach den Gleichungen 3.81 und 3.79; $\frac{B}{2L} = 0.1$ [Hübner 1991]

Um ein besseres Verständnis zu erlangen, werden nun der Linienstrahler 0-ter Ordnung (Kapitel 3.3.1) und 2-ter Ordnung (Kapitel 3.3.2) analysiert.

3.3.1 Linienstrahler 0-ter Ordnung

Für einen Linienstrahler der Ordnung 0 ($\nu_i = \nu_{i+m} = \bar{\nu} = konst$ und $\cos(\phi_{i,(i+m)}) = 1$), lässt sich das Problem wie folgt analytisch vereinfachen. Die erste und dritte Summe in den Gleichungen 3.76 und 3.78 reduzieren sich zu N bzw. $(N - m)$ und der Abstrahlgrad lässt sich wie folgt ausdrücken:

$$s = \frac{k^2 S}{2\pi N^2} \left\{ N + 2 \sum_{m=1}^{N-1} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} (N - m) \right\} = s_E + s_W \quad (3.82)$$

$$s^* = \frac{k 2L}{\pi N^2} \left\{ N + 2 \sum_{m=1}^{N-1} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} (N - m) \right\} = s_E^* + s_W^* \quad (3.83)$$

Die Zerlegung in Eigen- und Wechselwirkungsanteile liefert folgende Terme:

$$s_E = \frac{k^2 S}{2\pi N} \quad (3.84)$$

$$s_W = \frac{k^2 S}{2\pi N^2} 2 \cdot \sum_{m=1}^{N-1} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} (N - m) \quad (3.85)$$

$$s_E^* = \frac{k 2L}{\pi N} \quad (3.86)$$

$$s_W^* = \frac{k 2L}{\pi N^2} 2 \cdot \sum_{m=1}^{N-1} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} (N - m) \quad (3.87)$$

Diese Terme sind in den Abbildungen 3.7 und 3.8 dargestellt. Die Verläufe von s_E und s_E^* lassen sich für den gesamten Frequenzbereich mit $s_E \sim \omega^2$ und $s_E^* \sim \omega$ annähern. Die Wechselwirkungskomponenten zeigen jedoch, je nach Frequenzbereich, ein sehr unterschiedliches Verhalten.

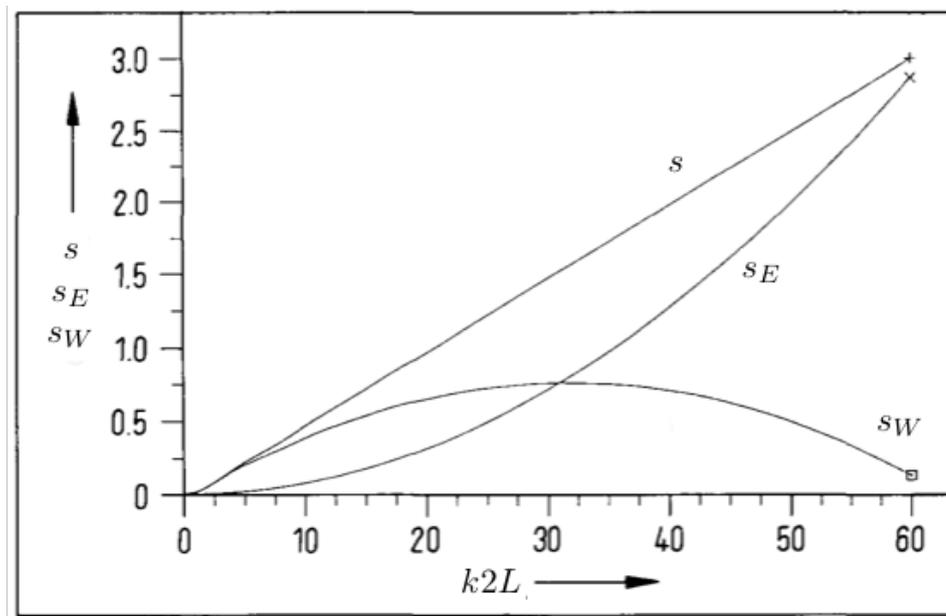


Abbildung 3.7: Abstrahlgrad s eines Linienstrahlers 0-ter Ordnung mit Anregung nach Gleichung 3.79 in s_E und s_W aufgeteilt ($B/2L = 0,1$; $N = 20$) [Hübner 1991]

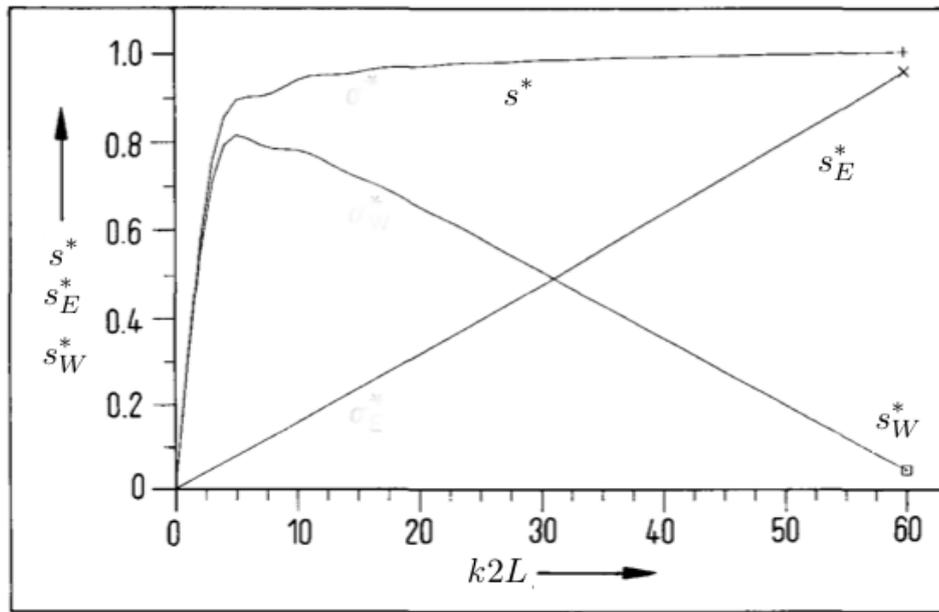


Abbildung 3.8: Abstrahlgrad s^* eines Linienstrahlers 0-ter Ordnung mit Anregung nach Gleichung 3.79 in s_E^* und s_W^* aufgeteilt ($B/2L = 0,1$; $N = 20$) [Hübner 1991]

Um diese Ergebnisse zu analysieren, ist es sinnvoll sie in unterschiedlichen Frequenzabschnitten zu untersuchen:

- für tiefe Frequenzen ($k2L < 2\pi$) kann näherungsweise $\frac{\sin(kd_0m)}{kd_0m} \rightarrow 1$ angenommen werden. Somit vereinfacht sich der Wechselwirkungsanteil des Abstrahlgrades. Es gilt:

$$s = \frac{k^2 S}{2\pi N^2} \left\{ N + 2 \sum_{m=1}^{N-1} (N - m) \right\} = s_E + s_W \quad (3.88)$$

$$s^* = \frac{k 2L}{\pi N^2} \left\{ N + 2 \sum_{m=1}^{N-1} (N - m) \right\} = s_E^* + s_W^* \quad (3.89)$$

Mit der Gaußschen Summenformel [Papula 2009, S.16] lässt sich die Summe wie folgt vereinfachen:

$$\sum_{m=1}^{N-1} (N - m) = \sum_{m=1}^{N-1} N - \sum_{m=1}^{N-1} m \quad (3.90)$$

$$= (N - 1)N - \left(\frac{N^2 + N}{2} - N \right) = N^2 - N - \frac{N^2 + N}{2} + N \quad (3.91)$$

$$= \frac{N^2 - N}{2} = \frac{1}{2}(N - 1)N \quad (3.92)$$

s und s^* lassen sich also wie folgt vereinfachen:

$$s = \frac{k^2 S}{2\pi N} \{1 + (N - 1)\} = \underbrace{\frac{k^2 S}{2\pi N}}_{s_E} + \underbrace{\frac{k^2 S}{2\pi N}(N - 1)}_{s_W} \quad (3.93)$$

$$s^* = \frac{k 2L}{\pi N} \{1 + (N - 1)\} = \underbrace{\frac{k 2L}{\pi N}}_{s_E^*} + \underbrace{\frac{k 2L}{\pi N}(N - 1)}_{s_W^*} \quad (3.94)$$

In diesem Frequenzbereich ist die Luftschallwellenlänge λ_L größer als die Hauptabmessungen des Linienstrahlers ($\lambda_L > 2L$). Der Strahler kann im allgemeinen als Monopolquelle aufgefasst werden, mit $s \sim \omega^2$ (Gleichung 3.67). Die Größe des Abstrahlgrades wird jedoch fast ausschließlich durch die Wechselwirkungskomponente bestimmt.

$$s = \frac{k^2}{2\pi} S \sim \omega^2 \quad (3.95)$$

$$s^* = \frac{k}{\pi} 2L \sim \omega \quad (3.96)$$

- bei $k2L = 2\pi$ ändert sich das Verhalten der Wechselkomponente signifikant. Bei dieser Grenze gilt

$$k2L = 2\pi \quad (3.97)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_L} 2L = 2\pi \quad (3.98)$$

$$2L = \lambda_L \quad (3.99)$$

Die Wellenlänge der Luftschallwelle ist also genau so lang wie die Hauptabmessung des Linienstrahlers $2L$.

- für $k2L > 2\pi$ ergibt sich aus einer Überlagerung einer konvexen Funktion (s_W) und einer konkaven Funktion (s_E) ein linearer Anstieg gegenüber der Frequenz. Für s^* heben sich die Beträge von Eigen- und Wechselwirkung auf, und es ergibt sich für $k2L \rightarrow \infty$ ein konstanter Wert von 1 [Hübner 1991]. Es gilt (ohne Herleitung):

$$s \sim \omega \quad (3.100)$$

$$s^* \sim 1 \quad (3.101)$$

3.3.2 Linienstrahler 2-ter Ordnung

Auch für $n > 0$ kann die erste Summe in den Gleichungen 3.76 und 3.78 vereinfacht werden, da der Zusammenhang

$$\bar{\nu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \nu_i \quad (3.102)$$

immer gilt. Die Beschreibung von s_E ist somit identisch mit den Überlegungen zum Strahler nullter Ordnung: $s_E \sim \omega^2$ und $s_E^* \sim \omega$. Der Abstrahlgrad lässt sich für $n > 0$ wie folgt ausdrücken:

$$s = \underbrace{\frac{k^2 S}{2\pi N}}_{s_E} + \underbrace{2 \frac{k^2 S}{2\pi N^2} \sum_{m=1}^{N-1} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} \sum_{i=1}^{N-m} \frac{\nu_i \nu_{i+m}}{\bar{\nu}^2} \cos(\phi_{i,(i+m)})}_{s_W} \quad (3.103)$$

$$s^* = \underbrace{\frac{k 2L}{\pi N}}_{s_E^*} + \underbrace{2 \frac{k 2L}{\pi N^2} \sum_{m=1}^{N-1} \frac{\sin(kd_0 m)}{kd_0 m} \sum_{i=1}^{N-m} \frac{\nu_i \nu_{i+m}}{\bar{\nu}^2} \cos(\phi_{i,(i+m)})}_{s_W^*} \quad (3.104)$$

Die zuvor beschriebenen Bereiche von $s \sim \omega^2$ (für tiefe Frequenzen) und $s \sim \omega$ (für hohe Frequenzen) verschieben sich nach oben, da mit $n = 2$ die Wellenlänge auf dem Strahler um den Faktor 2 reduziert wird. Aus Gleichung 3.79 folgt:

$$\lambda_k = \frac{L}{n} = \frac{L}{2} \quad (3.105)$$

Die Grenze zwischen monopolartiger Abstrahlung mit $s \sim \omega^2$ und einer Abstrahlung mit $s \sim \omega$ kann wie folgt berechnet werden. Es handelt sich dabei um die Koinzidenzfrequenz (siehe Kapitel 4.3.2), bei der gilt:

$$\lambda_K = \lambda_L \quad (3.106)$$

$$\Rightarrow \frac{L}{2} = \frac{2\pi}{k} \quad (3.107)$$

$$\Rightarrow k2L = 8\pi \approx 25 \quad (3.108)$$

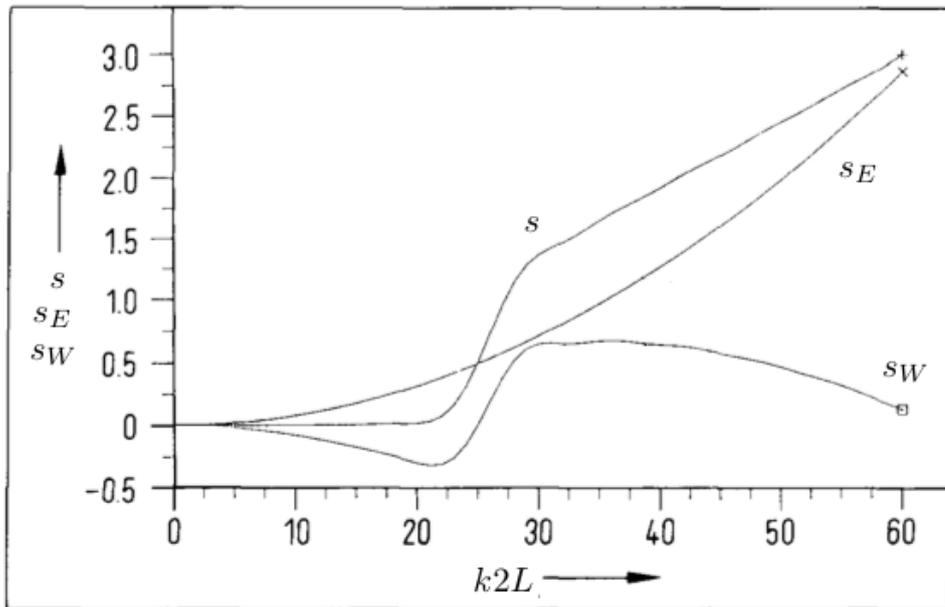


Abbildung 3.9: Abstrahlgrad s eines Linienstrahlers 2-ter Ordnung mit Anregung nach Gleichung 3.79 in s_E und s_W aufgeteilt ($B/2L = 0,1$; $N = 20$) [Hübner 1991]

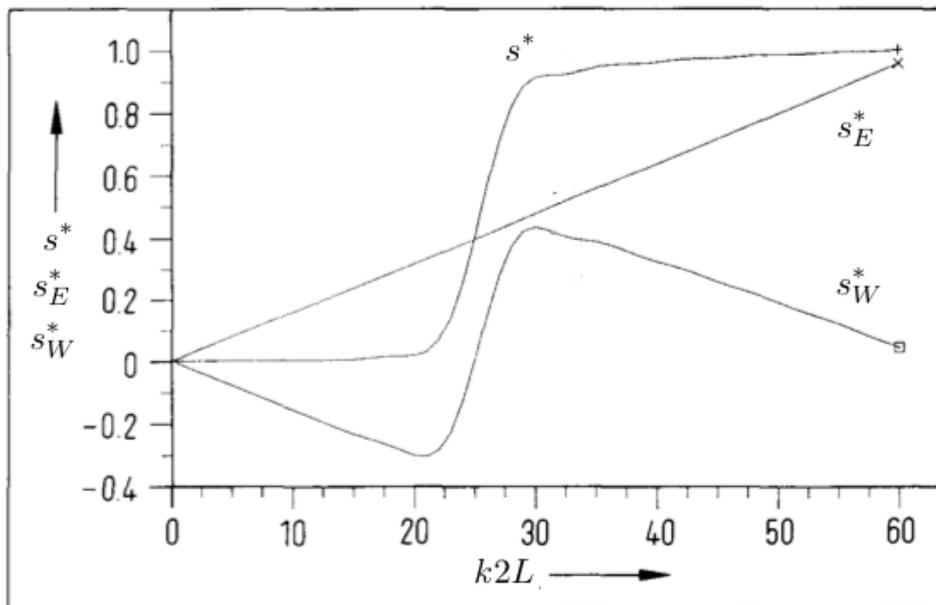


Abbildung 3.10: Abstrahlgrad s^* eines Linienstrahlers 2-ter Ordnung mit Anregung nach Gleichung 3.79 in s_E^* und s_W^* aufgeteilt ($B/2L = 0,1$; $N = 20$) [Hübner 1991]

Für Frequenzen über $k2L \approx 30$ kompensiert s_W^* den linearen Anstieg von s_E^* .

Unterhalb von $k2L \approx 20$ erfolgt eine ähnliche Kompensation. In diesem Fall handelt es sich jedoch um den hydrodynamischen Kurzschluss und somit ergibt sich ein Abstrahlgrad von nahezu Null. Diese Kompensation kann herangezogen werden um eine Näherungslösung für diesen

Bereich wie folgt anzugeben:

$$s_W \approx -s_E \quad (3.109)$$

$$s_W^* \approx -s_E^* \quad (3.110)$$

Mit Gleichung 3.84 kann dieser Bereich näherungsweise mit

$$s_W \approx -\frac{k^2 S}{2\pi} \frac{1}{N} \quad (3.111)$$

$$s_W^* \approx -\frac{k2L}{\pi} \frac{1}{N} \quad (3.112)$$

beschrieben werden. Die Wechselwirkungskomponente kompensiert die Eigenkomponente.

3.4 Zusammenfassung

Durch Anwendung der DFEM auf die Definition des Abstrahlgrades s wurde gezeigt, dass die Relation zwischen der Körperschallwellenlänge λ_K und der Luftschallwellenlänge λ_L , die Frequenzbereiche des hydrodynamischen Kurzschlusses ($s \approx 0$ und $s^* \approx 0$) und der Abstrahlung ($s \sim \omega$ und $s^* \sim 1$) für Linienstrahler bestimmen. In einer weiteren Arbeit wäre zu zeigen wie diese Bereiche für Plattenstrahler und generell für dreidimensionale Strahler zu quantifizieren sind (siehe Kapitel 5.2).

Der in ISO/TS 7849-2 verwendete Abstrahlfaktor ε (Gleichung 2.12) entspricht dem Abstrahlgrad s (Gleichung 3.57); es gilt $\varepsilon = s$. Der Abstrahlfaktor ε basiert dabei auf einer Messung mittels Schallintensitätssonde. Der Abstrahlgrad s wird in dieser Arbeit verwendet, um die gleiche Relation mittels der DFEM auszudrücken. Laut Norm ist ε von folgenden Faktoren abhängig:

- Dimension der abstrahlenden Fläche in Relation zur Wellenlänge des Luftschalls
- Verteilung von Moden auf der Strahleroberfläche
- geometrische Gestalt der abstrahlenden Fläche

Der Einfluss der Dimension der abstrahlenden Fläche in Relation zur Wellenlänge des Luftschalls auf den Abstrahlgrad s , wurde für Linienstrahler erläutert. Die Einflüsse der Modenverteilung und der geometrischen Gestalt auf den Abstrahlfaktor s ist noch zu erläutern (siehe Kapitel 5.2 und 5.3).

ISO/TS 7849-1 definiert $\varepsilon_A = 1$ (siehe Kapitel 2.2). Dies gilt jedoch nur näherungsweise für den oberen Frequenzbereich ebener Platten¹. Daher ist mit ISO/TS 7849-1 nur eine Abschätzung des Maximalwertes der Abstrahlung ($L_{PA,max}$) möglich. Dieser liegt bis zu 10 dB über der tatsächlich abgestrahlten Leistung.

	Linienstrahler					Monopolstrahler
	0-ter Ordnung		2-ter Ordnung			
	$\omega \ll \omega_k$	$\omega \gg \omega_k$	$\omega \ll \omega_k$	$\omega \approx \omega_k$	$\omega \gg \omega_k$	
s_E	$\sim \omega^2$					$\sim -\omega^2$
s_W	$\sim \omega^2$	$\sim \omega - s_E$	$\sim -\omega^2$	$\sim \omega^2$	$\sim \omega - s_E$	n.Z.
s	$\sim \omega^2$	$\sim \omega$	~ 0	$\sim \omega^2$	$\sim \omega$	$\sim \omega^2$
s_E^*	$\sim \omega$					n.Z.
s_W^*	$\sim \omega$	$\sim -\omega$	$\sim -\omega$	$\sim \omega$	$-\omega$	
s^*	$\sim \omega$	~ 1	~ 0	$\sim \omega$	~ 1	n.Z.

Abbildung 3.11: Zusammenfassung der frequenzabhängigen Steigung der behandelten Abstrahlgrade mit $\omega_k = 2\pi f_k$

¹ Der Abstrahlgrad des Plattenstrahlers wurde in dieser Arbeit nicht ausführlich behandelt. Kapitel 5.2 erläutert die Vorgehensweise und präsentiert weitere Ergebnisse von [Hübner 1991] die für Plattenstrahler einen Abstrahlgrad von 1 für hohe Frequenzen vorhersagen.

4

Versuchsaufbau

In diesem Kapitel sollen zunächst erste theoretische Überlegungen für einen möglichen Versuchsaufbau angestellt werden. Die konkrete Entwicklung des Versuchsaufbaus ist in einer Folgearbeit durchzuführen. Zunächst werden erste Gedanken zu einer Modellvorstellung ausgeführt um anschließend mögliche Antriebsmechanismen zu besprechen. Im Kapitel 4.3 wird die abstrahlende Messoberfläche betrachtet. Dabei wird auf Biegewellen und die Koinzidenzfrequenz f_k genauer eingegangen. Zuletzt werden die kontaktierenden Schwingungssensoren und insbesondere piezoelektrische Beschleunigungssensoren beleuchtet.

4.1 Modellvorstellung

Zunächst einmal ist es wichtig eine genaue Modellvorstellung eines Versuchsaufbaus zu entwickeln und deren Grenzen in der Umsetzung aufzuzeigen. Der in der Modellvorstellung einfachste und physikalisch-mathematisch schon hinreichend beschriebene Versuchsaufbau wäre wohl die konphas schwingende Kolbenmembran in unendlicher Schallwand. Hier wird davon ausgegangen, dass die Schallschnelle ν der Kolbenmembran normal zur Schallwand gerichtet ist und in Betrag und Phase auf der gesamten Oberfläche der Membran gleich ist.

Des weiteren strahlt die Kolbenmembran nur zu einer Seite Schall ab. Leider ist eine unendliche, also den akustischen Kurzschluss vermeidende, Schallwand für praktische Versuche relativ unhandlich. Für unseren Versuchsaufbau wäre daher ein Körper, von begrenzten Ausmaßen, mit einer komplett geschlossenen äußeren Oberfläche und mit genau einem schallabstrahlenden Oberflächensegment geeignet. Dieses Oberflächensegment soll, nach der Modellvorstellung, die selben Eigenschaften wie die beschriebene Kolbenmembran besitzen. Es sollen also über dem gesamten zu messenden Frequenzbereich keine Eigenschwingungen der abstrahlenden Oberfläche auftreten. Auch diese Annahme wird in der Praxis schwer umsetzbar sein, da sich bei einer Anregung der abstrahlenden Oberfläche an einem oder mehreren Punkten immer Biegewellen in dieser ausbilden. Ab einer bestimmten Anregungsfrequenz verursachen auch diese Biegewellen eine Schallabstrahlung (siehe 4.3).

Somit ist es unabdingbar, sich auch mit der Schallabstrahlung durch Biegewellen zu beschäftigen, wenn man Überlegungen für einen möglichen Versuchsaufbau für Messungen nach den Normen ISO/TS 7849-1,2,3 anstellen will. Die Schallabstrahlung einer konphas schwingenden Abstrahlfläche, die ja quasi in ISO/TS 7849-1 angenommen wird, ist bereits durch die Methode

von Rayleigh sehr gut beschrieben worden. Dabei wird die abstrahlende Oberfläche in unendlich kleine Monopolquellen zerlegt. Diese Monopole strahlen Halbkugelwellen aus und ihre jeweiligen Schallanteile werden in einem bestimmten Aufpunkt zu einem Gesamtschalldruckpegel aufintegriert.

Die in dieser Arbeit schon besprochene Direkte-Finite-Elemente-Methode (DFEM) beruht auf der Diskretisierung des Rayleigh-Integrals und macht es somit möglich, komplexere geometrische Abstrahlflächen und Phasenlagen einzelner Teilflächen zu untersuchen. Sie bildet somit die Grundlage von ISO/TS 7849-2 und -3. Genau in der Betrachtung der Phasenlagen der Teilflächen probiert die DFEM den Einfluss der BiegeWellen zu berücksichtigen. Für einfache geometrische Strukturen, wie es ein möglicher Versuchsaufbau mit Sicherheit sein wird, können diese BiegeWellen allerdings auch analytisch über die Kirchhoff'sche Plattengleichung beschrieben werden.

4.2 Antriebsmechanismen

Um den Versuch realisieren zu können, muss die abstrahlende Oberfläche des Versuchsobjektes in Schwingung versetzt werden. Nur so ist eine Schallabstrahlung möglich. Da in der Modellvorstellung die Schallschnelle ν normal zur Oberfläche angenommen wird, ist es von Vorteil, auch das Oberflächensegment in nur einer Raumrichtung, also in Normalrichtung, anzuregen. Des weiteren muss der Antriebsmechanismus diese periodische Bewegung möglichst ohne Verschleiß und Wärmeentwicklung realisieren können. Es muss auch gewährleistet sein, dass der abstrahlenden Oberfläche eine ausreichend große Kraft eingepreßt werden kann bzw. der Antrieb entsprechend belastet werden kann. Im folgenden werden mögliche elektromechanische Linearantriebe besprochen und ihre Vor- und Nachteile hinsichtlich des Versuchsaufbaus beleuchtet.

- Linearmotoren

Bei dieser Art des Linearantriebs kommt meist das elektrodynamische Wirkprinzip zum Einsatz. Dieses Prinzip beruht auf der Lorentzkraft \vec{F}_L , welche auf einen stromdurchflossenen Leiter der Länge \vec{l} in einem Magnetfeld mit der Flussdichte \vec{B} wirkt. \vec{F}_L kann nach der Gleichung 4.1 bestimmt werden.

$$\vec{F}_L = I(\vec{l} \times \vec{B}) \quad (4.1)$$

- Trapezgewindespindel

Bei diesem Linearmotor wird eine, durch einen normalen Elektromotor erzeugte, Drehbewegung mechanisch mittels des Trapezgewindes in eine Translation umgewandelt. Dieses Prinzip ermöglicht auf Grund der beliebigen Länge der Trapezgewindespindel relativ große Auslenkungen in der linearen Bewegung. Außerdem kann die Auslenkung sehr fein eingestellt werden. Jedoch ergeben sich durch die mechanische Umwandlung der Bewegung relativ hohe Reibungswiderstände, die gerade bei periodischer Anregung mit hohen Frequenzen zu einer Wärmeentwicklung und Abnutzung führen.

- Wanderfeldmaschine

Dieser Linearmotor stellt eine Sonderform eines Elektromotors dar. Der Stator (Dauermagnete oder Erregerspulen) ist hier nicht kreisförmig um den Rotor angeordnet sondern auf eine Gerade abgerollt. Der stromdurchflossene Läufer wird auf Grund der sich anziehenden und abstoßenden magnetischen Kräfte über den Stator bewegt. Durch Räder, ein Luftkissen oder ein weiteres Magnetfeld kann ein gewisser Abstand zwischen Läufer und Stator realisiert werden. Auch hier werden große Stellwege mit sehr hoher Präzision ermöglicht. Die Reibungswiderstände können mittels entsprechender Lagerung sehr stark vermindert werden.

Prinzipiell ist festzustellen, dass Linearmotoren eher für solche Translationen geeignet sind, bei denen sich die Bewegungsrichtung, wenn überhaupt, eher mit geringer Periodizität ändert. Schwingungen können nur mit geringer Frequenz realisiert werden.

- Linearaktoren:

- Tauchspulenantrieb

Diese Form eines elektrodynamischen Aktors wird auch Voice-Coil-Aktor genannt und besitzt das selbe Funktionsprinzip wie ein dynamischer Lautsprecher. Eine Antriebsspule befindet sich dabei im Luftspalt eines Permanentmagneten. Wenn sie von einem Strom I durchflossen wird, erfährt sie die Kraft \vec{F}_L . Hier können große Auslenkungen bei relativ hohen Frequenzen, im kHz-Bereich, erreicht werden. Bei geeigneter Aufhängung der Antriebsspule sind die Reibungswiderstände sehr klein.

- elektromagnetischer Aktor

Im Gegensatz zum Tauchspulenantrieb befindet sich beim elektromagnetischen Wandler die Antriebsspule in Ruhe. Wird diese von einem Strom I durchflossen, erzeugt sie ein Magnetfeld, das über ein ferromagnetisches Material (z.B.: ein Eisenkern) geführt und verstärkt wird. Dieser so entstandene Elektromagnet kann wiederum eine Kraft nur auf ferromagnetische Materialien ausüben. Mittels diesem einfachen Aufbau lassen sich zwar sehr große Haltekräfte realisieren, die periodische, hochfrequente Anregung ist aber wegen der hohen Selbstinduktivität problematisch. Des Weiteren nimmt die Magnetkraft schon bei geringen Luftspaltgrößen dramatisch ab.

- piezoelektrischer Aktor

Bei diesem Aktor wird der reziproke piezoelektrische Effekt genutzt um eine Kraftwirkung zu erzeugen. Legt man ein elektrisches Feld an einen Piezokristall an, bewirkt dies eine Ausrichtung der Ladungsschwerpunkte im Kristall. Deren Anziehung bzw. Abstoßung bewirkt eine Deformation im pm-Bereich. Mittels geeigneter Mischkeramiken und der Kombination von mehreren Piezoelementen können auch Auslenkungen von bis zu $100 \mu\text{m}$ bei einigen tausend Newton erzeugt werden. Anregungsfrequenzen bis in den Ultraschallbereich sind möglich.

- dielektrischer Aktor

Bei diesen Aktoren kommt es zu einer Kraftwirkung auf Grund der elektrostatischen Feldkraft F_{el} , die zwischen zwei elektrisch geladenen Platten auftritt. Der geometrische Aufbau solcher Aktoren ähnelt stark dem von Plattenkondensatoren. F_{el} lässt sich auch, wie in Gleichung 4.2 zu sehen, über die Kapazität zwischen den beiden Platten berechnen und ist auch bei hoher Spannung U_0 verhältnismäßig gering. Die Anregung ist über den gesamten Hörfrequenzbereich möglich. In der Akustik findet dieses Aktorprinzip Anwendung bei den elektrostatischen Lautsprechern.

$$F_{el} = \frac{1}{2} U_0^2 \frac{dC}{dx} = \frac{\varepsilon A_{el} U_0^2}{2x^2} \quad (4.2)$$

4.3 Abstrahlende Oberfläche

Die abstrahlende Oberfläche eines Versuchsaufbaus wird, wie auch bei den meisten schallabstrahlenden Objekten, wohl als Platte ausgeführt sein. Eine Platte ist in der technischen Mechanik ein flächenförmiges Strukturelement, das in seinem Ruhezustand eben ist und dessen Höhe in Relation zu seinen anderen Abmessungen gering ist. Die Platte wird nur mit Kräften normal zu ihrer Ebene belastet und erfährt nur Momente um Achsen, die in der Plattenebene liegen. Die Platte ist in der technischen Mechanik eine Sonderform der Schale. Schalen haben im Ruhezustand eine gekrümmte Oberfläche. Es ist sinnvoll, die schallabstrahlende Platte als einen Festkörper anzunehmen. Festkörper sind, im Gegensatz zu starren Körpern, geringfügig verformbar. Man kann sie sich aus infinitesimal kleinen starren Elementen zusammengesetzt vorstellen, die elastisch miteinander verbunden sind.

4.3.1 Biegewellen

Auf Grund der Annahme, dass feste Körper aus infinitesimal kleinen Masse-Feder-Systemen bestehen, ist die Wellenausbreitung in diesen Körpern möglich. In einem homogenen, festen Körper gibt es primär zwei mögliche Formen von Wellen.

- **Transversalwellen:**
Bei dieser Wellenart erfolgt eine Bewegung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung und der feste Körper erfährt eine Formänderung. Sie werden auch Quer- oder Schubwellen genannt.
- **Longitudinalwellen:**
Bei dieser Wellenart erfolgt die Bewegung in Ausbreitungsrichtung und es kommt zu einer lokalen Volumenänderung im Körper. Longitudinalwellen sind bereits aus der Akustik in Fluiden (z.B. Luft) bekannt.

Alle anderen Wellenformen in Festkörpern setzen sich durch die Superposition von Transversal- und Longitudinalwellen und deren Reflexionen an Begrenzungsflächen zusammen. Diese Wellenformen sind:

- **Dehnungswellen:**
Bei dieser Wellenform, die in Platten und Stäben auftritt, überlagern sich Longitudinal- und Transversalwelle so, dass an Stellen der höchsten Volumenverdichtung der Longitudinalwelle die Wellenberge der transversalen Komponente auftreten.
- **Rayleighwellen:**
Dies sind Oberflächenwellen, die in Körpern, deren Schichtdicke größer als die Wellenlänge einer möglichen Longitudinalwelle sind, auftreten. Rayleighwellen sind gedämpft, denn die transversale Schwingung nimmt zum Körperinneren hin exponentiell ab.
- **Torsionswellen:**
Diese Wellen kommen vor allem in Stäben vor. Sie sind ein Spezialfall der Transversalwelle und verursachen eine Verdrehung normal zur Ausbreitungsrichtung im Körper.
- **Biegewellen:**
Diese sind die kompliziertesten, aber auch wichtigsten Wellen bei der Betrachtung von Körperschall. Sie treten meistens in dünnen Platten auf. Bei Biegewellen stehen die Wellenfronten, welche normal zur Ausbreitungsrichtung der Welle orientiert sind, nicht parallel zueinander. Sie führen Winkelbewegungen durch.

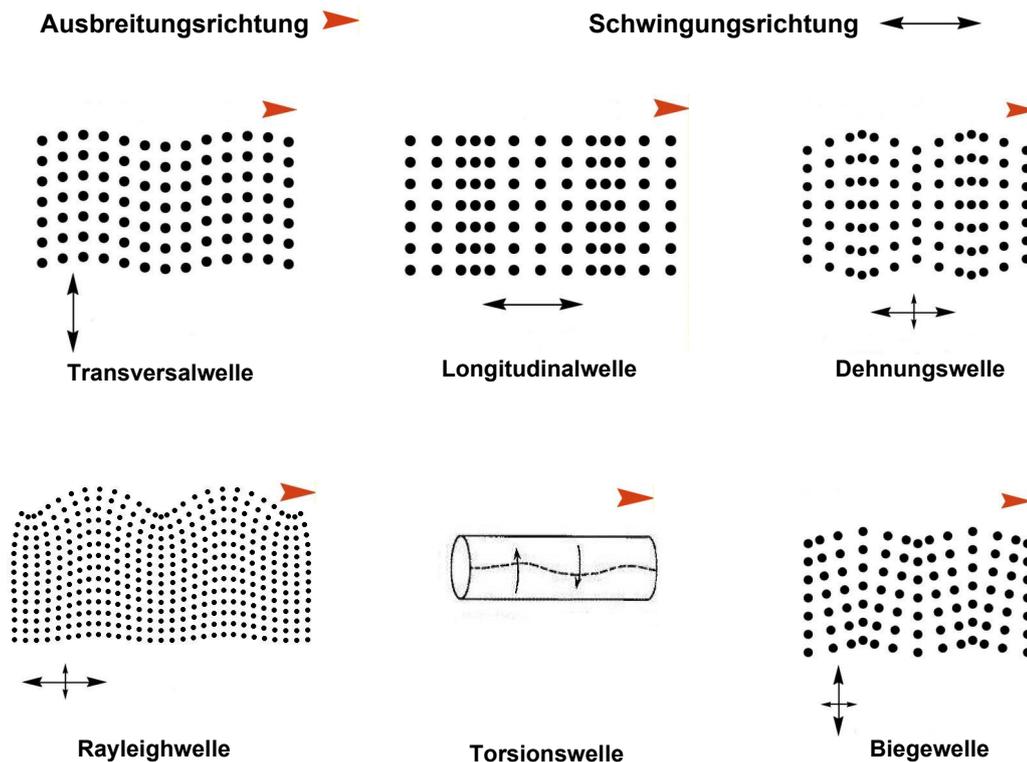


Abbildung 4.1: Wellenarten in Festkörpern

Biegewellen weisen, im Gegensatz zu allen anderen Wellenformen, Dispersion auf. Das bedeutet, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit c_B einer Biegewelle frequenzabhängig ist.

Wie schon im Kapitel 4.1 festgestellt wurde, wird es bei der Schwingungsanregung der abstrahlenden Platte ab einer bestimmten Frequenz zu dem Phänomen der Schallabstrahlung durch Biegewellen kommen. Dabei ist es wichtig die genaue Grenzfrequenz, ab der eine Schallabstrahlung auftritt, zu kennen. Diese Grenzfrequenz wird auch Koinzidenzfrequenz f_k genannt und im Kapitel 4.3.2 mittels der Kirchhoff'schen Plattengleichung berechnet. Unterhalb von f_k kann man die abstrahlende Fläche annähernd als Kolbenstrahler betrachten. Sie kann nach Rayleigh beschrieben werden und sogar die ISO/TS 7849-1 müsste relativ genaue Ergebnisse liefern. Oberhalb von f_k sind die Biegewellen zu berücksichtigen und es ist für hinreichend genaue Ergebnisse nach ISO/TS 7849-2 (unter Kenntnis der Abstrahlfaktoren) bzw. ISO/TS 7849-3 zu messen.

4.3.2 Berechnung der Koinzidenzfrequenz f_k

Die Kirchhoff'schen Plattengleichung ist wie folgt anzuschreiben [VO: Technische Akustik 2013]:

$$\Delta\Delta\zeta + \frac{m'}{B} \cdot \frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2} = \frac{p}{B} \quad (4.3)$$

Hierbei ist:

- ζ ... die Verschiebung in Normalrichtung zur Oberfläche der Platte
- $B = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$... die Biegesteifigkeit [Nm]
- E ... das Elastizitätsmodul des Plattenmaterials [$\frac{N}{m^2}$]
- μ ... die Querkontraktionszahl
- $m' = \rho \cdot h$... der Massenbelag [$\frac{kg}{m^2}$]
- ρ ... die Dichte des Plattenmaterials [$\frac{kg}{m^3}$]
- h ... die Höhe der Platte [m]

Die Kirchhoff'sche Plattengleichung gilt allerdings nur für Frequenzen der Biegewellen bei denen die Wellenlänge groß im Verhältnis zur Plattendicke ist.

Um die Koinzidenzfrequenz f_k rechnerisch herleiten zu können, bestimmen wir die homogene Lösung der Kirchhoff'schen Plattengleichung.

$$\Delta\Delta\zeta + \underbrace{\frac{m'}{B} \cdot \frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}}_1 = 0 \quad \text{mit} \quad \zeta_{(x,t)} = \hat{\zeta} \cdot e^{j(\omega t - k_B x)} \quad (4.4)$$

Hierbei ist:

$$\Delta\Delta\zeta = \Delta^2\zeta = \nabla^4\zeta = \underbrace{\frac{\partial^4\zeta}{\partial x^4}}_2 + 2 \cdot \underbrace{\frac{\partial^4\zeta}{\partial x^2\partial y^2}}_3 + \underbrace{\frac{\partial^4\zeta}{\partial y^4}}_4 \quad (4.5)$$

Nun werden die Ableitungen 1, 2, 3 und 4 ausgeführt:

$$\frac{\partial^2\zeta_{(x,t)}}{\partial t^2} = \hat{\zeta} \cdot (j\omega)^2 \cdot e^{j(\omega t - k_B x)} = -\hat{\zeta} \cdot \omega^2 \cdot e^{j(\omega t - k_B x)} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial^4\zeta_{(x,t)}}{\partial x^4} = \hat{\zeta} \cdot (-jk_B)^4 \cdot e^{j(\omega t - k_B x)} = \hat{\zeta} \cdot k_B^4 \cdot e^{j(\omega t - k_B x)} \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial^4\zeta}{\partial x^2\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \cdot 0 = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial^4\zeta}{\partial y^4} = 0 \quad (4.9)$$

In Gleichung 4.4 eingesetzt:

$$\hat{\zeta} \cdot k_B^4 \cdot e^{j(\omega t - k_B x)} - \frac{m'}{B} \cdot \hat{\zeta} \cdot \omega^2 \cdot e^{j(\omega t - k_B x)} = 0 \quad (4.10)$$

Nun wird die Gleichung vereinfacht und nach ω umgestellt, da wir die Gleichung für die Koinzidenzfrequenz f_k bestimmen wollen.

$$\omega^2 = k_B^4 \cdot \frac{B}{m'} \quad (4.11)$$

Die Gleichung 4.11 besitzt die 2 Lösungen $(\omega)_{1,2} = \pm k_B^2 \sqrt{\frac{B}{m'}}$, wobei für uns nur der positive Teil der Lösung von Interesse ist. Mit Hilfe der Zusammenhänge $k_B = \frac{\omega}{c_B}$ und $\omega = 2\pi f$ kann nun die Frequenz der Biegewelle f in Abhängigkeit von der Ausbreitungsgeschwindigkeit c_B hergeleitet werden.

$$\omega = \left(\frac{\omega}{c_B}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{B}{m'}} \quad (4.12)$$

$$1 = \frac{\omega}{c_B^2} \cdot \sqrt{\frac{B}{m'}} \quad (4.13)$$

$$\omega = c_B^2 \cdot \sqrt{\frac{m'}{B}} \quad (4.14)$$

$$f = \frac{c_B^2}{2\pi} \sqrt{\frac{m'}{B}} \quad (4.15)$$

Die Gleichung für f_k ergibt sich genau dann, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Biegewelle gleich der Schallgeschwindigkeit des angekoppelten Mediums (z.B.: Luft), $c_B = c_0$, ist.

$$f_k = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{m'}{B}} \quad (4.16)$$

Um eine Vorstellung von f_k bei verschiedenen Materialien zu bekommen, ist eine Auswahl von Materialien in der Tabelle von Abbildung 4.2 zu sehen. Des Weiteren sind auch die Materialparameter in der Tabelle zu finden. Sie verdeutlichen noch einmal die Zusammenhänge. Die Berechnungen wurden für eine Schallgeschwindigkeit von $c_0 = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ durchgeführt.

Material $h = 2 \text{ mm}$	E in $\times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	μ	ρ in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	B in Nm	m' in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$	f_k in kHz
Stahl	210	0,31	7860	154,88	15,72	5,97
Aluminium	70	0,34	2700	52,77	5,40	5,99
Messing	80	0,37	8600	61,79	17,20	9,88
Glas	75	0,24	2500	53,06	5,00	5,75
Plexiglas	3	0,41	1190	2,40	2,38	18,65

Abbildung 4.2: Elastizitätsmodul E , Querkontraktionszahl μ , Dichte ρ , Biegesteifigkeit B , Massenbelag m' und Koinzidenzfrequenz f_k einiger Materialien im Vergleich, unendliche große Platten angenommen

4.4 Schwingungsaufnehmer

In diesem Kapitel sollen ausschließlich kontaktierende Schwingungsaufnehmer besprochen werden, da sie in der praktischen Umsetzung einer Messung wesentlich einfacher und günstiger zu beschaffen sind als nicht-kontaktierende Systeme. Es gibt, ähnlich dem Kapitel 4.2, auch bei den Schwingungsaufnehmern verschiedenste physikalische Prinzipien um aus einer mechanischen Schwingung ein elektrisches Signal zu erzeugen. Jedoch ist es im Bereich der Schwingungsmessung so, dass sich piezoelektrische Schwingungsaufnehmer durchgesetzt haben. Die anderen Aufnehmertypen seien nur kurz mit Vor- und Nachteilen genannt.

- Elektrodynamische Aufnehmer:
 - + aktives Prinzip (Aufnehmer verursacht selbstständig eine Ladungstrennung, d.h. er benötigt keine externe Spannungsversorgung)
 - – eingeschränkter Dynamik- und Frequenzbereich
 - – empfindlich gegen externe Magnetfelder

- Induktive Aufnehmer:
 - – erfordert elektrisch leitende Oberfläche
 - – passive Funktionsweise
 - – geringe Auflösung im hochfrequenten Bereich

- Kapazitive Aufnehmer:
 - + hohe Empfindlichkeit über weiten Frequenzbereich
 - – elektrisch leitende Oberfläche benötigt
 - – beschränkter Dynamikbereich
 - – aufwändige Kalibrierung

- Potentiometeraufnehmer:
 - + kostengünstig
 - – Dynamik- und Frequenzbereich beschränkt
 - – vergleichsweise geringe Lebensdauer

- Piezoresistive Aufnehmer:
 - + hoher Dynamik- und Frequenzbereich
 - – geringe Schockfestigkeit und somit leicht zerstörbar

Piezoelektrische Schwingungsaufnehmer zeichnen sich durch folgende Charakteristika aus:

- aktives Aufnehmerprinzip
- großer Dynamik- und Frequenzbereich
- Linearität über großen Dynamikbereich
- keine bewegten Teile und dadurch sehr robust
- auch bei schlechten Umgebungsbedingungen einsetzbar (z.B.: hohe Temperaturen)
- günstiges Verhältnis von Masse zu Empfindlichkeit

4.4.1 Funktionsweise des piezoelektrischen Schwingungsaufnehmers

Die Abbildung 4.3 verdeutlicht schematisch den Aufbau eines piezoelektrischen Schwingungsaufnehmers, der für die Messung in einer Raumrichtung ausgelegt ist.

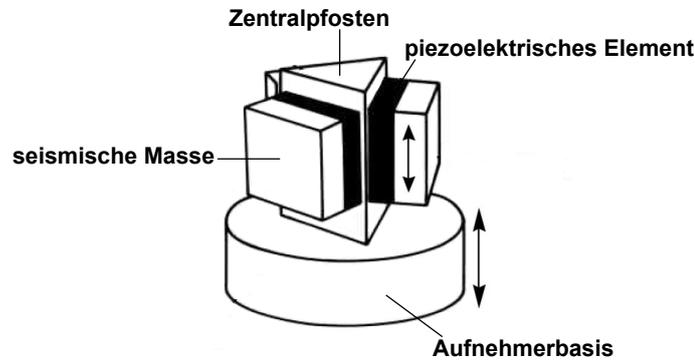


Abbildung 4.3: Schematischer Aufbau eines piezoelektrischen Schwingungsaufnehmers

Wirkt auf den Aufnehmer eine Kraft und somit eine Beschleunigung normal zur Aufnehmerbasis, verursacht dies eine Auf- bzw. Abwärtsbewegung von Aufnehmerbasis und Zentralpfosten. Aufgrund der Massenträgheit der seismischen Massen und der nicht starren Verbindung zwischen diesen und dem Zentralpfosten werden die piezoelektrischen Elemente zwischen den Massen und dem Pfosten verformt und erzeugen eine Spannung. Diese Spannung ist proportional zu der einwirkenden Kraft.

4.4.2 Frequenzbereich eines piezoelektrischen Schwingungsaufnehmers

Um Frequenzgang und Resonanzfrequenz eines piezoelektrischen Schwingungsaufnehmers zu bestimmen, ist es zunächst notwendig, ein einfaches analytisches Modell des Aufnehmers zu entwickeln und mathematisch zu beschreiben. Die Abbildung 4.4 zeigt ein solches Modell.

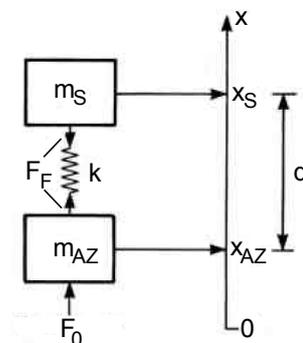


Abbildung 4.4: einfaches mechanisches Modell eines piezoelektrischen Schwingungsaufnehmers

Hierbei ist:

- $F_0 = \hat{F} \cdot \sin \omega t$... die Anregungskraft (hier harmonisch angenommen)
- \hat{F} ... die Amplitude der Anregungskraft
- m_{AZ} ... die Masse von Aufnehmerbasis und Zentralpfosten
- m_S ... die seismische Masse
- x_{AZ} ... die Auslenkung von Aufnehmerbasis und Zentralpfosten
- x_S ... die Auslenkung der seismischen Masse
- d ... der Abstand zwischen Aufnehmerbasis und seismischer Masse
- F_F ... die Federspannkraft (piezoelektrisches Element)
- k ... die Federkonstante (piezoelektrisches Element)

Die Kraftgleichungen des mechanischen Modells sind folgende:

$$F_F = kd = k(x_S - x_{AZ}) \quad (4.17)$$

$$\frac{\delta^2 x_S}{\delta t^2} m_S = -F_F = -k(x_S - x_{AZ}) \quad (4.18)$$

$$\frac{\delta^2 x_{AZ}}{\delta t^2} m_{AZ} = F_F + F_0 = k(x_S - x_{AZ}) + F_0 \quad (4.19)$$

Mit Gleichung 4.18 und 4.19 lässt sich die Bewegungsgleichung des Modells aufstellen:

$$\frac{\delta^2 x_S}{\delta t^2} - \frac{\delta^2 x_{AZ}}{\delta t^2} = -k \left(\frac{1}{m_S} + \frac{1}{m_{AZ}} \right) (x_S - x_{AZ}) - \frac{1}{m_{AZ}} F_0 \quad (4.20)$$

$$\frac{\delta^2 (x_S - x_{AZ})}{\delta t^2} = -k \frac{1}{\mu} (x_S - x_{AZ}) - \frac{1}{m_{AZ}} F_0 \quad (4.21)$$

Wobei

$$\mu = \frac{m_S m_{AZ}}{m_S + m_{AZ}} \quad (4.22)$$

als reduzierte Masse bezeichnet wird.

Mittels des Zusammenhangs aus Gleichung 4.17 lässt sich nun eine Differentialgleichung 2. Ordnung für den Abstand d aufstellen.

$$\boxed{\frac{\delta^2 d}{\delta t^2} = -\frac{k}{\mu} d - \frac{1}{m_{AZ}} F_0} \quad (4.23)$$

Um die Resonanzfrequenz f_{Res} des Schwingungsaufnehmers zu erhalten, muss man nun das freie System betrachten. Das bedeutet, dass zunächst $F_0 = 0$ angenommen wird. Somit vereinfacht sich die Bewegungsgleichung auf folgenden Term.

$$\frac{\delta^2 d}{\delta t^2} = -\frac{k}{\mu} d \quad (4.24)$$

Zur Lösung des Problems wird der Ansatz $d = D \sin \omega t$ verwendet, wobei D die Amplitude der harmonischen Schwingung darstellt. Somit ergibt sich aus Gleichung 4.24:

$$-D\omega^2 \sin \omega t = -\frac{k}{\mu} D \sin \omega t \quad (4.25)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{\mu} \quad (4.26)$$

$$\omega^2 = k \left(\frac{1}{m_S} + \frac{1}{m_{AZ}} \right) = \omega_{Res}^2 \quad (4.27)$$

$$\boxed{f_{Res} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k \left(\frac{1}{m_S} + \frac{1}{m_{AZ}} \right)}} \quad (4.28)$$

f_{Res} ist die Resonanzfrequenz des freien Feder-Masse-Systems.

Um den Frequenzgang und den nutzbaren Arbeitsfrequenzbereich zu bestimmen, wird nun f_{Res} bzw. ω_{Res} benötigt. Hierzu wird nun der angeregte Zustand des Feder-Masse-Systems betrachtet.

$$\frac{\delta^2 d}{\delta t^2} + \omega_{Res}^2 d + \frac{\hat{F}}{m_{AZ}} \sin \omega t = 0 \quad (4.29)$$

Wieder wird der harmonische Ansatz verwendet. Es ergibt sich:

$$-\omega^2 D \sin \omega t + \omega_{Res}^2 D \sin \omega t + \frac{\hat{F}}{m_{AZ}} \sin \omega t = 0 \quad (4.30)$$

$$D(\omega_{Res}^2 - \omega^2) + \frac{\hat{F}}{m_{AZ}} = 0 \quad (4.31)$$

$$D = -\frac{\hat{F}}{m_{AZ}(\omega_{Res}^2 - \omega^2)} \quad (4.32)$$

Für sehr kleine Frequenzen $\omega \ll \omega_{Res}$ wird Gleichung 4.32 zu:

$$D_0 = -\frac{\hat{F}}{m_{AZ}\omega_{Res}^2} \quad (4.33)$$

Setzt man nun D zu D_0 ins Verhältnis, erhält man einen Term zur Bestimmung der Übertragungskennlinie.

$$H(\omega) = \frac{D}{D_0} = \frac{\frac{\hat{F}}{m_{AZ}(\omega_{Res}^2 - \omega^2)}}{\frac{\hat{F}}{m_{AZ}\omega_{Res}^2}} \quad (4.34)$$

$$H(\omega) = \frac{\omega_{Res}^2}{|\omega_{Res}^2 - \omega^2|} \quad (4.35)$$

$$\boxed{H(\omega) = \frac{1}{\left| 1 - \frac{\omega^2}{\omega_{Res}^2} \right|}} \quad (4.36)$$

Aus der Übertragungsfunktion ist zu erkennen, dass mit steigendem ω auch die Auslenkung des Feder-Masse-Systems und somit das Ausgangssignal des Aufnehmers ansteigt. Für $\omega = \omega_{Res}$ erreicht dieses Modell des Aufnehmers eine Singularität. Der reale Schwingungsaufnehmer erreicht an dieser Stelle seine höchste Empfindlichkeit. Abbildung 4.5 zeigt die Übertragungskennlinie und den nutzbaren Frequenzbereich relativ zur Resonanzfrequenz.

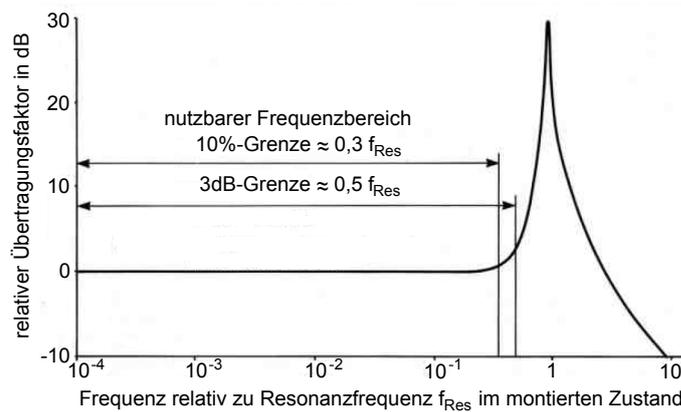


Abbildung 4.5: Übertragungskennlinie und nutzbarer Frequenzbereich eines piezoelektrischen Schwingungsaufnehmers

Aus der Abbildung 4.5 ist zu erkennen, dass der piezoelektrische Schwingungsaufnehmer hochabgestimmt betrieben wird. Wie schon in Kapitel 2.1.2 festgestellt wurde, sollte der Schwingungsaufnehmer nur bis zu einer Frequenz von $f = 0,3f_{Res}$ betrieben werden. Für heutige piezoelektrische Vibrationsaufnehmer ist ein nutzbarer Frequenzbereich von ca. 1 Hz bis zu 25 kHz möglich [Brüel & Kjaer 2013].

4.4.3 Befestigung des Schwingungsaufnehmers an der zu messenden Oberfläche

Um eine valide Messung durchführen zu können, ist es nötig den bzw. die Schwingungsaufnehmer nach folgenden Gesichtspunkten auf der zu messenden Oberfläche zu montieren.

Zunächst muss sicher gestellt werden, dass der verwendete Beschleunigungsaufnehmer die mechanische Impedanz und somit die Resonanzfrequenz der Messoberfläche nicht zu stark beeinflussen. Es gilt folgende Gleichung [Serridge, Licht 1990]:

$$f_m = f_O \cdot \sqrt{\frac{m_O}{m_O + m_{SA}}} \quad (4.37)$$

Hierbei ist:

- m_{SA} ... Masse des Schwingungsaufnehmers
- m_O ... Masse der Messoberfläche in der Umgebung des Beschleunigungsaufnehmers
- f_m ... gemessene Resonanzfrequenz (Messobjekt + Sensoren)
- f_O ... Resonanzfrequenz der Messoberfläche (Messobjekt allein)

Gleichung 4.37 gilt nur weil die Annahme getroffen wird, dass die mechanische Impedanz der Oberfläche hauptsächlich von der Masse m_O der Oberfläche in der Umgebung des Aufnehmers bestimmt wird. Wie aus der Gleichung 4.37 zu erkennen ist, sollte die Masse des Schwingungsaufnehmers im Verhältnis zur Oberflächenmasse möglichst gering sein.

$$m_{SA_{max}} \leq 10\% m_O \quad (4.38)$$

Die Messposition sollte exakt fixiert sein um reproduzierbare Messergebnisse zu erhalten. Weiterhin sollte der Schwingungsaufnehmer so montiert werden, dass sein Frequenz- und Dynamikbereich nicht eingeschränkt wird. Hierzu sollte die Messoberfläche an der Messposition und die Basis des Aufnehmers so plan und sauber wie möglich sein. Verunreinigungen und Rauigkeiten der Oberfläche können zu einer Schwingungsdämpfung und/oder zu unerwünschten Resonanzen führen. Wie schon in Kapitel 2.1.2 aufgezählt wurde, gibt es verschiedene Methoden den Beschleunigungsaufnehmer zu montieren. Im folgenden sollen die einzelnen Befestigungsmethoden genauer besprochen werden.

- Verschrauben mittels Stiftschraube:

Diese Befestigungsmethode ist immer zu bevorzugen, da sie eine optimale Übertragung der Schwingung an den Beschleunigungsaufnehmer ermöglicht. Dies kommt vor allem Messungen im hochfrequenten Bereich ($f > 10$ kHz) bei hohen Pegeln zu gute. Des weiteren wird der Temperaturbereich, in dem der Aufnehmer verwendet werden kann, nicht eingeschränkt (vgl. klebende Befestigungen). Nachteilig bei dieser Montage des Aufnehmers ist der hohe Aufwand bei der Vorbereitung (Bohrung mit Gewinde) der Messoberfläche sowie die Beschädigung dieser. Somit wird das Verschrauben häufig bei fixen Installationen verwendet. Abbildung 4.6 zeigt eine Verschraubung mittels Stiftschraube schematisch.

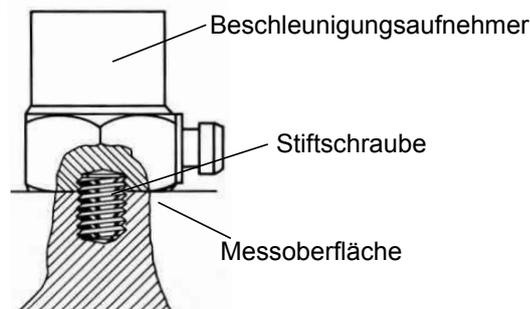


Abbildung 4.6: Verschraubung mittels Stiftschraube

Es ist darauf zu achten, dass die Stiftschraube keinerlei Kontakt zum Boden der Bohrung aufweisen darf, da sonst große Messfehler zu erwarten sind. Weiterhin wird bei der Montage empfohlen eine, dünne Schicht Silikonfett zwischen Aufnehmer und Oberfläche einzubringen, wenn diese nicht vollständig glatt ist. Um Erdschleifen vorzubeugen, ist es manchmal notwendig den Aufnehmer mittels einer Glimmerscheibe von der Messoberfläche zu isolieren.

- Direktes Verkleben:

Das direkte Verkleben stellt, besonders bei Miniaturbeschleunigungsaufnehmern, eine Alternative zum Verschrauben dar. Auch diese Befestigungsmethode kommt bei festen Installationen zum Einsatz. Hier wird im besonderen Maße eine glatte und fettfreie Oberfläche gefordert um Messungen im oberen Frequenzbereich bei hohen Pegeln durchführen zu können. Für die Verklebung wird häufig Cyanoacrylat-Kleber verwendet. Dieser ist für einen Temperaturbereich von -50°C bis 135°C ausgelegt. Nachteilig bei diesem Verfahren ist die Schwierigkeit des Entfernens des Aufnehmers von der Oberfläche sowie die anschließende Reinigung. Auch das exakte Wiederauffinden eines Messpunktes und die elektronische Isolation sind weitere Nachteile.

- Verkleben mittels Klebkopfschraube:

Eine Kombination der beiden vorherig beschriebenen Verfahren stellt die Klebkopfschraube dar. Dieses Verfahren ist in Abbildung 4.7 dargestellt.

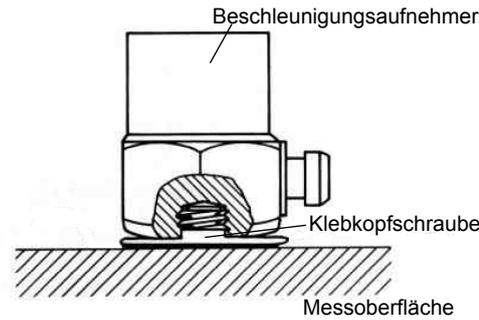


Abbildung 4.7: Befestigung mittels Klebkopfschraube

Bei dieser Montagemethode wird häufig ein Epoxidkleber verwendet, welcher eine längere Aushärtungszeit benötigt und bis ca. 80°C einsetzbar ist. Im Prinzip besitzt dieses Verfahren die gleichen Eigenschaften wie das direkte Verkleben. Allerdings lassen sich die Messpunkte exakter lokalisieren.

- **Doppelseitig klebende Haftschrift:**
Diese Montagemöglichkeit eignet sich für den Einsatz bei schnellen Testmessungen und weist dabei ein gutes Hochfrequenzverhalten auf. Hohe Beschleunigungen sind auch möglich. Gegenüber dem direkten Verkleben erfolgt hier eine elektrisch isolierte Montage. Auch das Ablösen gestaltet sich einfacher.
- **Klebewachs:**
Die Verwendung von Klebewachs wird für schnelle Testmessungen bevorzugt und findet auch bei Aufnehmern ohne Gewindebohrung Anwendung. Vorteile sind die schnelle und einfache Montage der Aufnehmer bei nur geringfügig kleinerer oberer Grenzfrequenz gegenüber dem Stiftschraubenverfahren. Allerdings können Klebewachse nur bei einer Temperatur von bis zu 40°C verwendet werden und halten nur bis zu einer Beschleunigung von ca. $100 \frac{m}{s^2}$. Bei der Montage ist zu beachten die Wachsschicht so dünn wie möglich auszuführen um eine hohe Empfindlichkeit auch im hohen Frequenzbereich zu erreichen.
- **Haftmagnet:**
Die Befestigung mittels Haftmagnet eignet sich hervorragend für überblicksartige Messungen, da der Haftmagnet sehr schnell montiert werden kann, sofern eine glatte ferromagnetische Oberfläche vorhanden ist. Abbildung 4.8 zeigt einen möglichen Aufbau schematisch. Nachteilig bei dieser Befestigung ist vor allem die geringe obere Grenzfrequenz von 2,5 kHz. Weiterhin belastet die Masse des Magneten die Messoberfläche zusätzlich. Daher ist es sinnvoll leichte und leistungsstarke Neodym-Magnete zu verwenden. Die exakte Fixierung des Messpunktes ist bei dieser Methode schwierig.

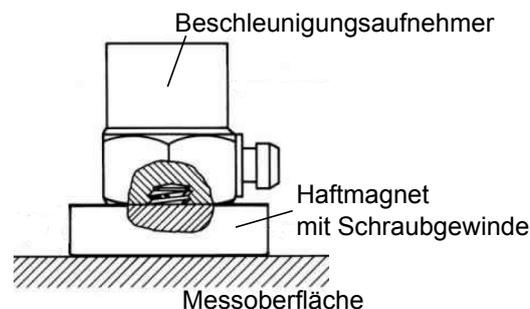


Abbildung 4.8: Befestigung mittels Haftmagnet

5

Ausblick

In diesem Kapitel soll nun ein Überblick über weiterführende Arbeiten und noch ungeklärte Fragestellungen gegeben werden.

5.1 Fragen zu ISO/TS 7849-3

Da ISO/TS 7849-3 derzeit noch als Draft vorliegt, sind noch einige Fragen zur konkreten Umsetzung offen. Diese sollen hier kurz zusammengefasst werden.

5.1.1 Mittelung der Phase

ISO/TS 7849-3 basiert auf der Messung von Phasen zwischen allen Messpunkten. Da im Anschluss die abgestrahlte Leistung für ein Frequenzband j (Terz oder Oktavband) bestimmt werden muss, wird eine mittlere Phase $\overline{\phi_{i,j}}$ benötigt. Wie diese Mittelung für ein Frequenzband zu bestimmen ist, wird in der Norm nicht beschrieben. Zudem muss wohl auch eine Mittelung über die Zeit erfolgen. Es ist also noch unklar, wie in der Praxis ein solcher Wert konkret erhalten wird.

5.1.2 Messunsicherheit

Die in ISO/TS 7849-3 angegebenen typischen Obergrenzen der Vergleichsstandardabweichung des Messverfahrens σ_{R_0} (Abbildung 2.9) weichen im Vergleich zu anderen σ_{R_0} -Werten der Genauigkeitsklasse 2 (vgl. Abbildungen 1.9 und 1.15) ab. Zwischen 6,3kHz und 10kHz haben Messverfahren der Genauigkeitsklasse 2 in der Regel ein $\sigma_{R_0} = 2,5$ dB. Für ISO/TS 7849-3 soll hier der Wert $\sigma_{R_0} = 3$ dB gelten. Für eine limitierte Diskretisierungsdichte lässt sich zeigen, dass die DFEM bei hohen Frequenzen ein Ergebnis mit höherer Ungenauigkeit liefert [Hübner 1999]. Die minimale Anzahl an Messpunkten N_{min} , lässt sich jedoch abhängig von der gewünschten σ_{R_0} mathematisch bestimmen (siehe Kapitel 2.4.1). Daher könnte es sich hierbei um einen Fehler in der aktuellen Fassung handeln. Dazu kommt, dass mit einem höheren Wert von σ_{R_0} für diese Frequenzen unmöglich eine Reduzierung des resultierenden A-bewerteten Summenpegels (im Vergleich zu anderen Verfahren der Genauigkeitsklasse 2) einher geht.

5.1.3 Formulierung des zweiten Kriteriums zur Einhaltung der Messunsicherheitsgrenzen

Um die vorgegebenen Messunsicherheitsgrenzen einzuhalten, soll laut Norm folgendes Kriterium eingehalten werden:

$$a_{i,j(\text{contacting})} < 1,04 \cdot a_{i,j(\text{non-contacting})} \quad (5.1)$$

Es ist hier keine Untergrenze für $a_{i,j(\text{contacting})}$ im Vergleich zu $a_{i,j(\text{non-contacting})}$ angegeben. Eine kontaktierende Messsonde, die die Fläche in solchem Maße belastet, dass eine Beschleunigung $a_{i,j(\text{contacting})} \rightarrow 0$ gemessen wird, würde dieses Kriterium erfüllen, aber ein kein sinnvolles Ergebnis liefern.

5.2 Abstrahlgrad einer Platte

In Kapitel 3.3 wurde der Linienstrahler als eine Kette von Monopolstrahlern aufgefasst. In ähnlicher Weise kann ein Plattenstrahler mit den Abmessungen $S = 2L_x \cdot 2L_y$ als eine Aneinanderreihung von Linienstrahlern modelliert werden. Erneut kann der Abstrahlgrad als eine Summe von Matrixelementen dargestellt werden.

$$[s] = \begin{bmatrix} s'_{1,1} & \cdots & s'_{1,(1+m)} & \cdots & s'_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ s'_{(1+m),1} & \cdots & s'_{i,i} & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ s'_{N,1} & \cdots & \cdots & \cdots & s'_{N,N} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Hierbei steht jedes s' für einen Linienstrahler. Ein solches System wird z.B. mit der Geschwindigkeitsverteilungsfunktion

$$\nu(x, y, t) = \nu_0 \cos\left(\frac{2\pi n_x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{2\pi n_y}{L_y}\right) \cos(\omega t) \quad (5.3)$$

angeregt. s ist für einen Strahler 0-ter Ordnung ($n_x = n_y = 0$) in Abbildung 5.1 dargestellt.

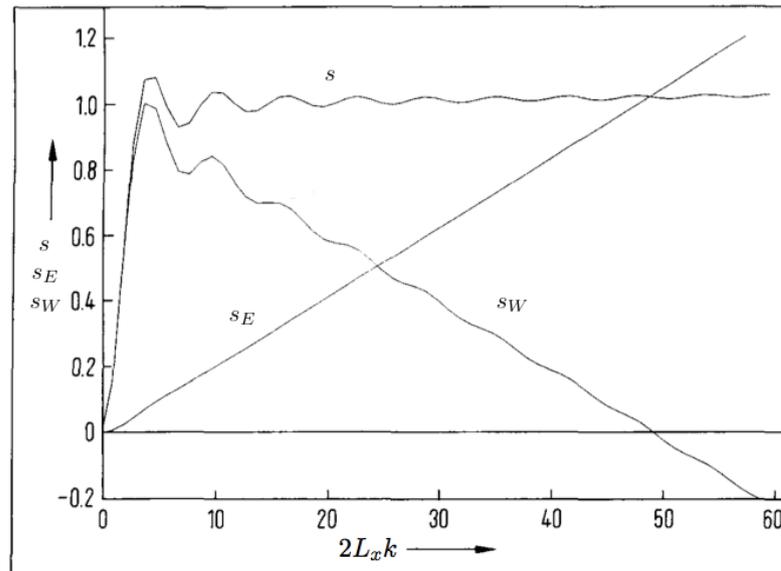


Abbildung 5.1: Eingebetteter quadratischer Plattenstrahler 0-ter Ordnung; $N_x = 24$ [Hübner 1991]

Der Abstrahlgrad wird auch hier für tiefe Frequenzen durch s_W bestimmt. Für hohe Frequenzen geht s gegen 1.

Der Abstrahlgrad eines Strahlers 1.25-ter Ordnung ($n_x = n_y = 1,25$) ist in Abbildung 5.2 zu sehen. Es ist für tiefe Frequenzen ein Bereich des akustischen Kurzschlusses zu erkennen. Um die Koinzidenzfrequenz f_k schwingt s , durch den Beitrag den s_W , liefert über 1 hinaus. Für hohe Frequenzen ist erneut ein Abklingen auf $s = 1$ zu erkennen. In einer folgenden Arbeit ist eine flexible Matlab-Simulation dieser Probleme zu implementieren, um den Einfluß der einzelnen Faktoren besser zu veranschaulichen.

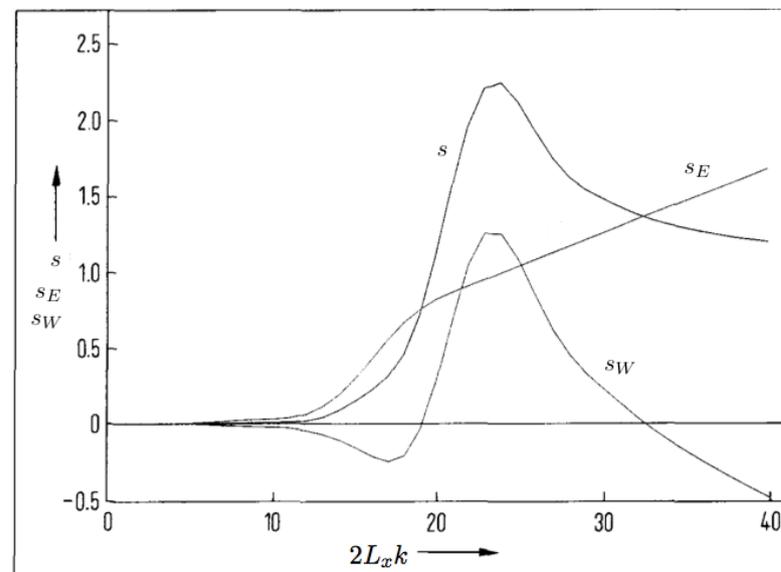


Abbildung 5.2: Eingebetteter quadratischer Plattenstrahler 1.25-ter Ordnung; $N_x = 24$ [Hübner 1991]

5.3 Einfluß der Strahleroberfläche

Zu der Modellierung von dreidimensionalen Strahlern mittels DFEM sind schon einige Arbeiten erschienen [Hübner 1999][Kraus 2007][Gerlach 2007]. Es ist hervorzuheben, dass die abstrahlende Fläche nicht nur als Strahler, sondern auch als Streuelement agiert. Dazu wird die DFEM um ein weiteres Netz aus Gegenpolen erweitert, um die Randbedingungen zu modellieren. Der Einfluss dieser Gegenpole kann als eine Gewichtung der jeweiligen Monopole bezüglich ihrer Position ausgedrückt werden. Einige so berechnete Gewichtungsfaktoren sind in Tabelle 5.1 zu finden. Abbildung 5.3 dient der Veranschaulichung der Schallfeldsituationen aus Tabelle 5.1.

Streuungselement	Gewichtungsfaktoren		
	50 Hz	250 Hz	1 kHz
Freifeld	1,00	1,00	1,00
Endliche Platte	1,82	1,96	1,96
Kante innen	3,51	4,08	4,13
Kante außen	1,28	1,31	1,31
Ecke außen	1,11	1,13	1,13
Hemisphere (innen)	4,93	3,06	2,51
Spehere (außen)	1,17	1,50	2,04

Tabelle 5.1: Vergleich der Gewichtungsfaktoren für Monopole auf dreidimensionalen Strahlern [Hübner 1999]

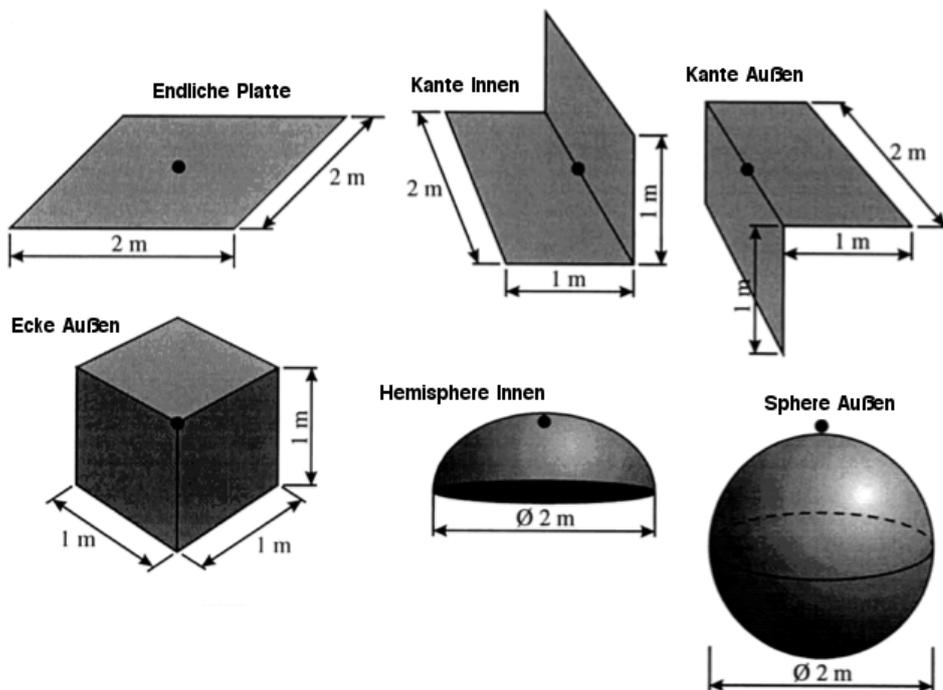


Abbildung 5.3: Schallfeldsituationen [Hübner 1999]

5.4 Versuchsaufbau

Nach den ersten theoretischen Überlegungen, die in Kapitel 4.1 vorgenommen wurden, ist es nun notwendig, dass in einer Folgearbeit ein konkreter Versuchsaufbau geplant und diskutiert wird. Hierbei sollte eine Schallabstrahlung des Versuchsobjektes im zu untersuchenden Frequenzbereich, welcher nach ISO/TS 7849-2 zwischen 100 Hz und 10 kHz liegt, möglichst optimal realisiert werden.

Der Antrieb muss Frequenzen bis zu 10 kHz liefern können. Es ist der elektrodynamische Antrieb zu bevorzugen. Des Weiteren muss die mechanische Belastung durch die Masse der abstrahlenden Oberfläche beachtet werden. Der Antrieb ist dementsprechend zu dimensionieren.

Das Material der abstrahlenden Oberfläche sollte nach den Überlegungen von Kapitel 4.3.2 gewählt werden. Hier ist Plexiglas oder ein ähnlicher Werkstoff, auf Grund der hohen Koinzidenzfrequenz, zu bevorzugen. Allerdings sind die ermittelten Werte von Abbildung 4.2 eher theoretischer Natur. Durch den Umstand, dass ein Versuchsaufbau immer eine endlich ausgedehnte schallabstrahlende Platte beinhalten wird, müssen an den Rändern der Platte sogenannte exponentielle Nahfelder der Biegewelle beachtet werden. Diese exponentiellen Nahfelder treten immer bei Unstetigkeiten im Verlauf der Biegewelle auf. So stellt, in dieser Hinsicht, auch die punktförmige Anregung ein Problem dar. Durch die exponentiellen Nahfelder ist auch Schallabstrahlung unterhalb von f_k möglich [VO: Technische Akustik 2013, Kapitel 4]. Die Aufhängung der abstrahlenden Platte (linienförmig eingespannt, punktförmig eingespannt, kräftefrei) und die damit verbundenen Randbedingungen führen zu einer Einschränkung der Lösungen der Plattengleichung auf eine Lösungsschar. Die Lösungen stellen die Moden, die sich in der Platte ausbilden, dar. Form und Lagerung der abstrahlenden Oberfläche sind so zu gestalten, dass die Modenausbildung vermindert wird.

Es sind piezoelektrische Vibrationsaufnehmer zu verwenden (Verfügbarkeit). Diese sollten nach der höchsten zu messenden Frequenz, der maximalen Vibrationsgeschwindigkeit und der erforderlichen Empfindlichkeit ausgewählt werden. Die Aufnehmer sollten nach den in Kapitel 4.4.3 besprochenen Gesichtspunkten angebracht werden. Dabei richtet sich die Anzahl der, auf die Fläche aufzubringenden, Aufnehmer nach der Abbildung 2.1. Wenn nicht genügend Aufnehmer vorhanden sind, können diese auch zwischen den einzelnen Teilflächen versetzt werden. Dies erhöht natürlich den Zeitaufwand bei der Messung.

In einer Folgearbeit ist weiterhin eine entsprechende Messprozedur zu entwickeln.



Literaturverzeichnis

[ISO/WD 3740] *Acoustics – Determination of sound power levels of noise sources – Guidelines for the use of basic standards*

[ISO/DTS 7849-1:2009] *Determination of airborne sound power levels emitted by machinery using vibration measurement – Part 1: Survey method using a fixed radiation factor*

[ISO/DTS 7849-2:2009] *Acoustics – Determination of airborne sound power levels emitted by machinery using vibration measurement – Part 2: Engineering method including determination of the adequate radiation factor*

[ISO/TS 7849-3:2009] *Acoustics – Determination of airborne sound power levels emitted by machinery using vibration measurement – Part 3: Engineering method including determination of the adequate radiation factor, 1st Draft*

[VO: Elektroakustik 2013] Weselak, W., Graber, G.: *Elektroakustik*, Institut für Signalverarbeitung und Sprachkommunikation Technische Universität Graz

[VO: Technische Akustik 2013] Weselak, W.: *Technische Akustik*, Institut für Signalverarbeitung und Sprachkommunikation Technische Universität Graz

[Brüel & Kjaer 2013]

<http://www.bruelkjaer.de/Products/transducers/vibration/accelerometers/accelerometers.aspx> (1.4.2013),

Brüel & Kjaer GmbH

- [Gerlach 2007] Gerlach, A.: *Beitrag zur Weiterentwicklung der DFEM für die Berechnung der Schalleistung von 3-dimensionalen Körperschallquellen* In: In: Fortschritte der Akustik-DAGA 2007 S. 31-32
- [Gösele 1953] Gösele, K.: *Schallabstrahlung von Platten*. In: Acustica Vol.3 (1953), S.243-248
- [Hiebel 2005] Hiebel, H.: *Analytische Berechnung der Schallabstrahlung des ebenen Biegewellenwandlers*. Diplomarbeit am Institut für Breitbandkommunikation Technische Universität Graz
- [Hübner 1968] Hübner, G., Messner, I, Meynerts, E.: *Schallabstrahlungsberechnung mit Hilfe der Direkten Finiten Elemente Methode.*, Schriftenreihe der Bundesanstalt für Arbeitsschutz - Forschung - FB 479, Dortmund 1986, Verlag für neue Wissenschaft, Bremerhaven 1986.
- [Hübner 1991] Hübner, G.: *Physik der Schallabstrahlung*. In: Acustica Vol.75 (1991), S 130-144
- [Hübner 1992] Hübner, G., Rieger, W.: *Ein neues Meßverfahren zur Bestimmung der von ebenen Strahlern abgestrahlten Luftschalleistung, basierend auf dem DFEM-Algorithmus*. In: Fortschritte der Akustik-DAGA 92 S. 777-780
- [Hübner 1998] Hübner, G. ; Gerlach, A.: *Zusammenhang der DFEM Schalleistungsbeschreibung mit der Rayleighschen Schallfelddarstellung ebener Strahler*. In: 24. Jahrestagung für Akustik DAGA'98, Fortschritte der Akustik (DAGA '98), Zürich, 1998, S. 682 – 683
- [Hübner 1999] Hübner, G., Gerlach, A.: *Determination of the airborne sound power radiated by structure-borne sound sources of arbitrary shape using the Direct Finite Element Method-further developments*. In: "Conference Proceedings on CD-ROM, 137th Meeting of the Acoustical Society of America and the 2nd Convention of the European Acoustics Association: Forum Acusticum integrating the 25th German Acoustics DAGA Conference, Berlin, March 14-19, 1999"
- [Kraus 2007] Kraus M.: *Ein Beitrag zur Bestimmung der von dreidimensionalen Körperschallquellen abgestrahlten Luftschalleistung mit der Direkten Finiten Elemente Methode*. Doktorarbeit am Institut für Angewandte und Experimentelle Mechanik der Universität Stuttgart, 2007
- [Papula 2011] Papula, L.: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*, 13. Auflage, Vieweg + Teubner Verlag, Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, Band 1-3
- [Raleigh 1877] Rayleigh, John William Strutt: *The Theory of Sound*. London, Macmillan and Co. 1978
- [Serridge, Licht 1990] Serridge, M. ; Licht, T. R.: *Piezoelektrische Beschleunigungsaufnehmer und Vorverstärker*. Brüel & Kjaer, 1990